2017

Mathe mit dem Känguru

Knobeleien, Kopfnüsse, Logikrätsel und Basteleien

... und die Aufgaben und Lösungen für die Klassenstufen 3 bis 8

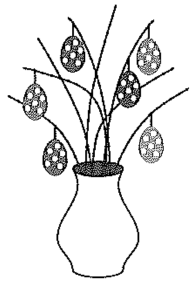
Klassenstufen 3 und 4

1. $16 - 3 + 20 - 17 =$

(**A**) 16 (**B**) 3 (**C**) 2 (**D**) 0 (**E**) 17

Lösung: Es ist $16 - 3 + 20 - 17 = 13 + 20 - 17 = 33 - 17 = 16$. Wer bemerkt, dass die Differenz $20 - 17 = 3$ ist, sodass sich $16 - 3 + 3 = 16$ ergibt, ist noch schneller mit dem Rechnen fertig.

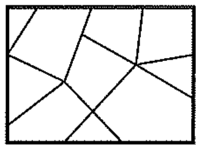
2. Max hängt Ostereier an die Zweige in seiner Vase. Die Hälfte der Eier hat er schon aufgehängt. Wie viele Ostereier hat Max insgesamt?



(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 13 (**D**) 14 (**E**) 16

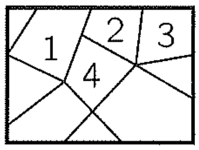
Lösung: Wir zählen 6 Eier. Wenn das die Hälfte ist, dann ist $6 \cdot 2 = 12$ die gesuchte Zahl der Ostereier, die Max hat.

3. Ein Spiegel ist zerbrochen. Wie viele der Scherben sind viereckig?



(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

Lösung: Es gibt 4 Vierecke, diese sind rechts markiert. Die anderen Scherben sind 4 Dreiecke und 2 Fünfecke.

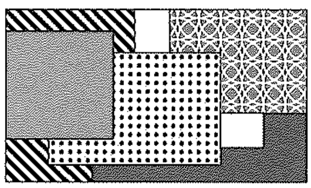


4. Die Kinder rechnen gemeinsam. Finn rechnet $10 + 6$. Nina zählt 7 dazu. Davon zieht Adam 6 ab. Michel zählt 5 dazu. Davon zieht Lia 10 ab. Welches Ergebnis erhält Lia?

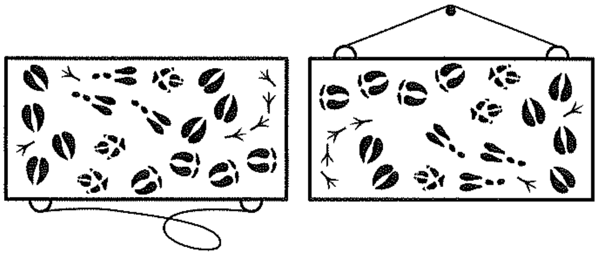
(**A**) 12 (**B**) 13 (**C**) 14 (**D**) 15 (**E**) 16

Lösung: Bei dieser Rechenkette gehen wir genau wie die Kinder vor. Wir rechnen: $10 + 6 = 16$. Dann $16 + 7 = 23$. Dann $23 - 6 = 17$. Dann $17 + 5 = 22$. Und schließlich $22 - 10 = 12$.

In welcher Reihenfolge wurden die 6 rechteckigen Tischdecken auf den Tisch gelegt?



9. Pauline hat Bilder von Tierspuren an ihre Magnettafel geheftet. Beim Aufhängen der Tafel ist ihr ein Bild heruntergefallen. Welches?



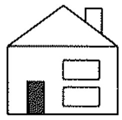
(**A**) Wildschwein    (**B**) Krähe 

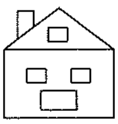
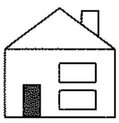
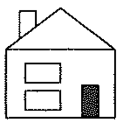
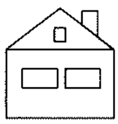
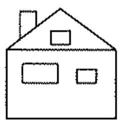
(**C**) Fuchs    (**D**) Reh 

(**E**) Hase 

Lösung: Wer nicht sofort beim Draufgucken die fehlende Spur entdeckt, kann auch durch Zählen herausfinden, welche Spur fehlt. Es sind in der linken Abbildung 4 Wildschweinspuren, 6 Krähenspuren, 3 Fuchsspuren, 7 Rehspuren und 3 Hasenspuren. In der rechten Abbildung, die ja „auf dem Kopf" steht, sind es 4 Wildschweinspuren, 6 Krähenspuren, 3 Fuchsspuren, 6 Rehspuren. Und da haben wir gefunden, welches Bild fehlt: Es ist das Bild mit der Tierspur vom Reh.

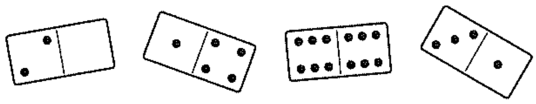
10. Karl hat ein Häuschen gebastelt. Rechts ist seine Vorderseite zu sehen. Auf der Rückseite sind 3 Fenster und keine Tür. Eines der folgenden Bilder zeigt die Rückseite von Karls Häuschen. Welches?

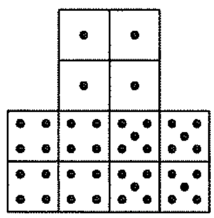


(**A**)    (**B**)    (**C**)    (**D**)    (**E**) 

Lösung: Zuerst stellen wir fest, dass (**B**) und (**C**) als Lösung nicht infrage kommen, weil dort jeweils eine Tür zu sehen ist. (**A**) kommt nicht infrage, weil auf diesem Bild 4 Fenster sind und nicht 3. Und da wir beim Gucken auf die Rückseite des Häuschens den Schornstein nun links sehen müssen – statt rechts, wie er von vorn zu sehen ist –, ist (**E**) das gesuchte Bild.

Wer kann die Figur rechts aus Dominosteinen legen?
Wer findet weitere Figuren aus Dominosteinen, die aus lauter Quadraten mit 4 gleichen Augenzahlen bestehen?



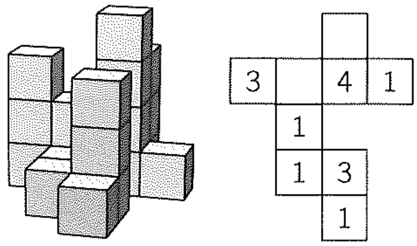


11. Am Montag meldeten sich die ersten 13 Kinder für das Hindernisrennen an. Am Dienstag kamen noch 19 Kinder dazu. Wie viele Kinder müssen *mindestens* noch dazukommen, damit sie in Mannschaften zu je 6 Kindern aufgeteilt werden können?

(**A**) 1   (**B**) 2   (**C**) 3   (**D**) 4   (**E**) 5

Lösung: Am Dienstag sind insgesamt $13 + 19 = 32$ Kinder angemeldet. Damit Mannschaften zu je 6 Kindern gebildet werden können, muss die Anzahl durch 6 teilbar sein. Zur nächstgrößeren, durch 6 teilbaren Anzahl 36 fehlen 4 Kinder. Also müssen noch mindestens 4 Kinder dazukommen.

16. Das Bauwerk rechts besteht aus gleich großen Würfeln. Der Plan daneben zeigt die Lage und Höhe der Türme. Welches ist die Summe der beiden fehlenden Zahlen?



(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

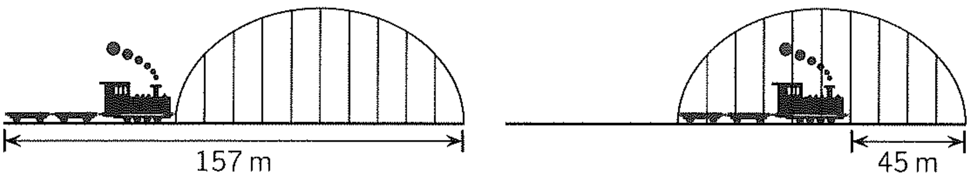
Lösung: Die beiden Türme, deren Höhe gesucht ist, stehen direkt neben dem höchsten Turm, und der ist 4 Steine hoch. Daran lässt sich gut ablesen, dass einer der beiden Türme 2 Steine und der andere 3 Steine hoch ist. Die gesuchte Summe ist also 5.

Die beiden Papier-Rechtecke sollen so entlang der Linien gefaltet werden, dass im zusammengefalteten Zustand die Felder in der Reihenfolge 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 aufeinanderliegen. Wie muss dazu jeweils gefaltet werden?

3	2	7	6
4	1	8	5

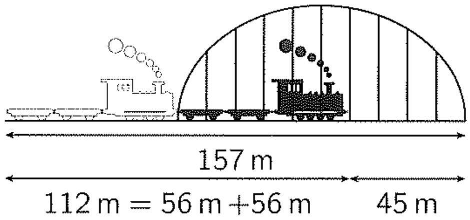
3	4	8	1
6	5	7	2

17. Auf den beiden Bildern ist derselbe Zug und dieselbe Brücke zu sehen.
Wie lang ist der Zug?

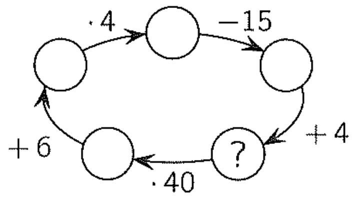


(**A**) 45 m (**B**) 46 m (**C**) 52 m (**D**) 56 m (**E**) 57 m

Lösung: In der Länge 157 m ist die Länge des Zuges zweimal enthalten und dazu die 45 m, die die Brücke länger ist als der Zug. Folglich ist der Zug halb so lang wie 157 m − 45 m = 112 m, also 112 m : 2 = 56 m.



18. Welche Zahl muss in den Kreis mit dem Fragezeichen geschrieben werden, damit die Rechnung korrekt ist?



(**A**) 0 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 13 (**E**) 15

Lösung: Da die gesuchte Zahl zuerst mit 0 multipliziert wird, gehört in den Kreis links daneben natürlich eine 0. Und nun ist das Rechnen nicht mehr schwer, nacheinander gehören in die Kreise: $0 + 6 = 6$; $6 \cdot 4 = 24$; $24 - 15 = 9$; $9 + 4 = 13$.

23. Oskar hat die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 auf zehn Karten geschrieben. Er wählt zwei Karten aus, schreibt die Summe der zwei Zahlen auf einen Zettel und legt die beiden Karten zur Seite. Nachdem Oskar das fünfmal getan hat, stehen auf dem Zettel fünf Zahlen. Vier davon sind 12, 7, 6 und 14. Welches ist die fünfte Zahl?

(A) 16 **(B)** 11 **(C)** 17 **(D)** 9 **(E)** 13

Lösung: Eine Möglichkeit, diese Aufgabe zu lösen, besteht darin, die Summe $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$ zu bilden. Diese Summe ist 55. Wenn wir davon die Summe der 4 Zahlen, von denen wir wissen, dass Oskar sie aufgeschrieben hat, also $12+7+6+14=39$ subtrahieren, erhalten wir die gesuchte Zahl: $55-39=16$.
Mit größerem Aufwand lässt sich jedoch auch herausfinden, welches die beiden letzten Zahlen auf den Karten sind: Wir sehen uns die Zahl 6, die auf einem von Oskars Zettel steht, genauer an. Sie kann auf zwei Weisen als Summe zweier verschiedener Zahlen entstanden sein, nämlich als $1+5$ oder $2+4$. Die Zahl 7 kann als $1+6$ oder $2+5$ oder $3+4$ entstanden sein.

Fall 1: Angenommen die 6 ist als Summe von 1 und 5 entstanden. Dann muss, da ja 1 und 5 nun „verbraucht" sind, 7 als Summe aus 3 und 4 entstanden sein. Damit wären 1, 3, 4 und 5 als Summanden nicht mehr zur Verfügung. Die Zahl 12 kann nun nur noch als $2+10$ und die 14 damit nur noch als $6+8$ entstanden sein. Übrig sind 7 und 9, und deren Summe ist 16.

Fall 2: Angenommen die 6 ist als Summe von 2 und 4 entstanden. Dann bleibt für die 7 nur $1+6$. Damit würden 1, 2, 4 und 6 als Summanden nicht mehr zur Verfügung stehen. Die Zahl 12 kann nun als $3+9$ oder als $5+7$ entstanden sein. Da aber die Zahl 14 nur noch als $5+9$ gebildet werden könnte und die 5 in $12=5+7$, die 9 in $12=3+9$ steckt, ist der Fall 2 nicht möglich.

24. Luna hat für den Kuchenbasar Muffins mitgebracht: 10 Apfelmuffins, 18 Nussmuffins, 12 Schokomuffins und 9 Blaubeermuffins. Sie nimmt immer 3 verschiedene Muffins und legt sie auf einen Teller. Welches ist die *kleinste* Zahl von Muffins, die dabei übrig bleiben können?

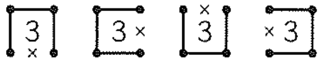
(A) 1 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 7 **(E)** 8

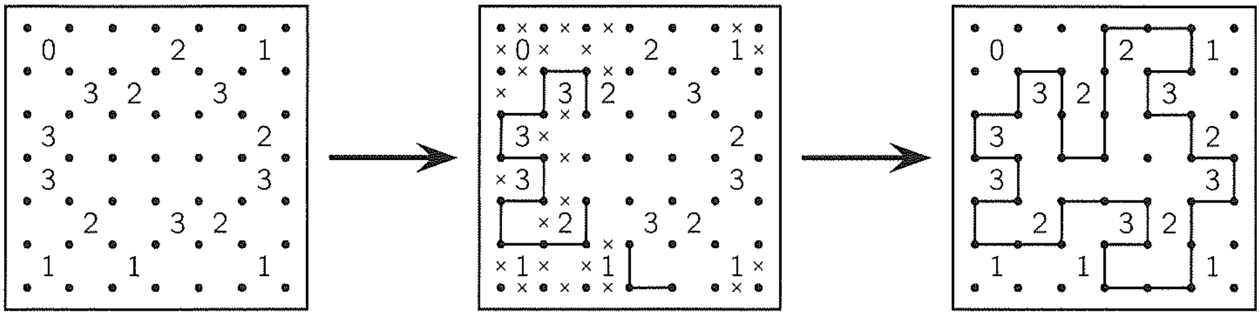
Lösung: Es sind insgesamt $10+18+12+9=49$ Muffins, die Luna für den Kuchenbasar mitbringt. Da sie stets 3 Muffins auf Teller legt, muss von 49 eine durch 3 teilbare Zahl abgezogen werden, 48 oder 45 oder 42, wenn wir die Lösungsvorschläge berücksichtigen. Es könnten also nur 1 Muffin oder 4 Muffins oder 7 Muffins übrig bleiben.

Angenommen es bleibt nur 1 Muffin übrig. Dann wären 48 Muffins verteilt worden. Es muss also $48:3=16$ Teller mit je 3 *verschiedenen* Muffins geben. Darunter kann es höchstens 16 Nussmuffins geben. Also bleiben mindestens 2 Nussmuffins übrig, unsere Annahme ist folglich falsch.

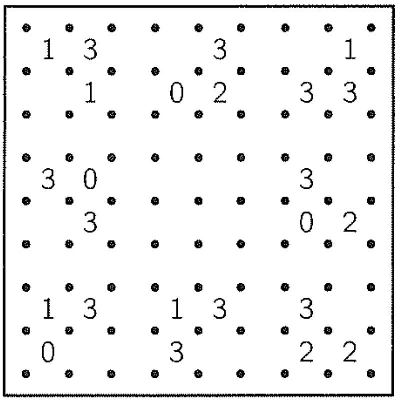
Nun untersuchen wir, ob 4 Muffins übrig bleiben können, also 45 Muffins verteilt werden können. Das funktioniert, wenn wir zum Beispiel auf jeden der nun 15 Teller 1 Nussmuffin legen. Dann würden 3 Nussmuffins übrig bleiben. Von den insgesamt 31 anderen Muffins könnte Luna zum Beispiel auf die ersten 12 Teller die Schokomuffins und abwechselnd 1 Apfelmuffin und 1 Blaubeermuffin legen. Es blieben $10-6=4$ Apfelmuffins und $9-6=3$ Blaubeermuffins übrig, die für die noch nicht belegten $15-12=3$ Teller ausreichen würden. Insgesamt bleiben 1 Apfelmuffin und 3 Nussmuffins übrig. Die gesuchte Zahl ist 4.

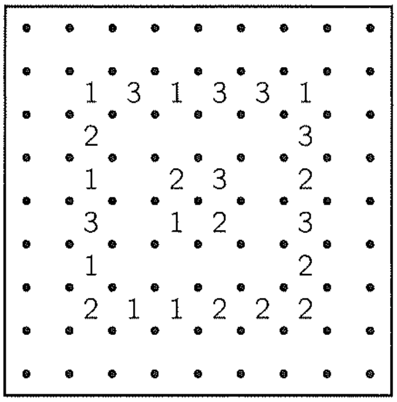
Rundweg

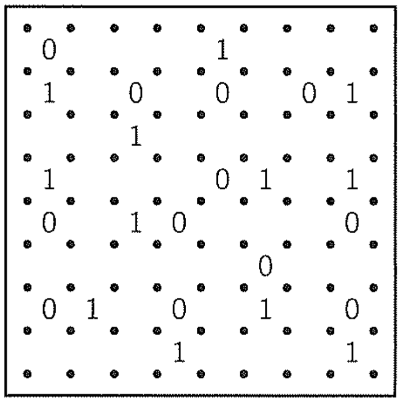
In jedes Diagramm ist ein Rundweg einzuzeichnen, der sich an keiner Stelle kreuzt oder berührt. Jeder Rundweg verläuft horizontal und vertikal von Punkt zu Punkt. Die eingetragenen Zahlen geben an, wie viele der benachbarten Kanten auf dem Rundweg liegen. Steht an einer Stelle beispielsweise eine 3, so verläuft der Weg an dieser Stelle auf eine der folgenden Weisen: .
Hier ist ein Beispiel:

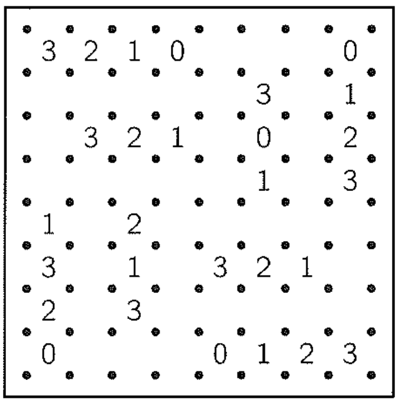


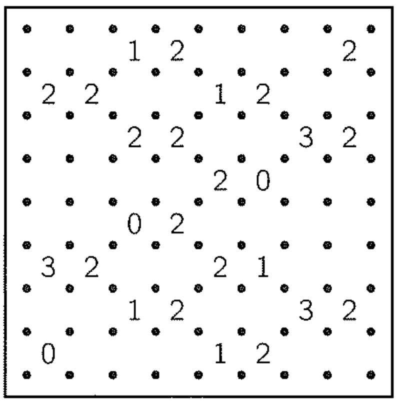
Wer findet die Rundwege in den folgenden Aufgaben?

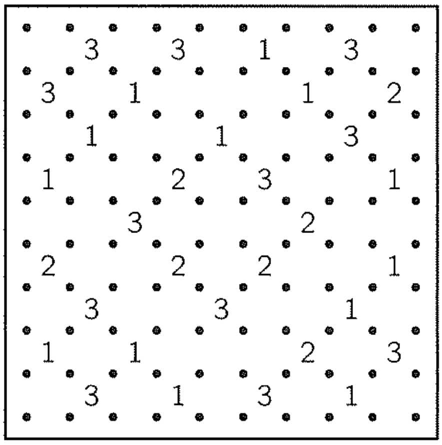






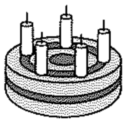






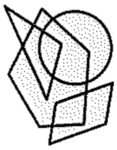
Diese Aufgaben hat Dr. Robert Vollmert erstellt, der seit Jahren bei den Logic Masters erfolgreich ist.

Lustvolle Logik



Von den Kindern, die in unserem Haus wohnen, haben Julika, Edwin, Matthea und Henry am selben Tag Geburtstag. Sie feiern zusammen, ein Kind den 5., eins den 8., eins den 13. und eins den 15. Geburtstag. Eines der Mädchen geht noch in den Kindergarten. Julika ist älter als Edwin. Julikas und Mattheas Alter ergeben zusammen eine durch 3 teilbare Zahl.

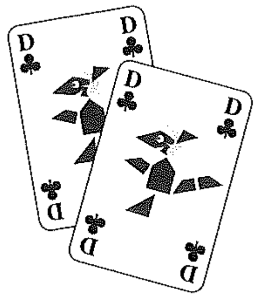
Wie alt sind Julika, Edwin, Matthea und Henry?



Jonathan hat einen Kreis, ein Parallelogramm, ein Dreieck und ein Fünfeck ausgeschnitten und mit unterschiedlichen Farben ausgemalt: grün, gelb, blau und rot.

Er legt die vier Figuren in eine Reihe. Die rote Figur liegt zwischen der grünen und der blauen. Rechts von der gelben Figur liegt das Parallelogramm. Der Kreis liegt weiter rechts als das Dreieck und als das Parallelogramm, wobei das Dreieck nicht am Rand liegt. Schließlich liegt die blaue Figur nicht direkt neben der gelben.

Wie sieht Jonathans Figurenreihe aus?



Um den runden Gartentisch herum sitzen vier ältere Herren: Willy, Emil, Franz und Ottokar. Sie spielen wie jeden Donnerstag Doppelkopf. Da die Sonne scheint, hat jeder eine Mütze aufgesetzt. Der Herr mit der grünen Mütze ist weder Willy noch Emil und sitzt zwischen dem Herrn mit der blauen Mütze und Ottokar. Der Herr mit der weißen Mütze sitzt zwischen dem Herrn mit der schwarzen Mütze und Emil.

Welcher Herr hat welche Mütze auf dem Kopf?

Sportliche Wetten

Beim Schulsportfest starten Antonia, Bahar, Cora und Denise im Finale des 60-m-Laufs der Mädchen. Die Kinder wetten, wie das Rennen ausgeht. Es gibt nur vier verschiedene Tipps, die unterschiedlich häufig abgegeben wurden:

8×
1. *Bahar*
2. *Antonia*
3. *Denise*
4. *Cora*

10×
1. *Antonia*
2. *Bahar*
3. *Cora*
4. *Denise*

7×
1. *Antonia*
2. *Cora*
3. *Denise*
4. *Bahar*

20×
1. *Bahar*
2. *Cora*
3. *Antonia*
4. *Denise*

Für jede richtig getippte Platzierung gibt es einen Punkt. Jedes Kind, das gewettet hat, bekommt so im besten Fall 4 Punkte und im schlechtesten Fall 0 Punkte.

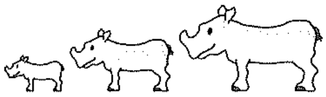
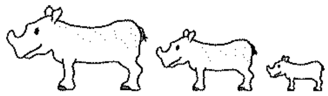
a) Gibt es einen Zieleinlauf der vier Mädchen, sodass *insgesamt 0 Punkte* erreicht werden?

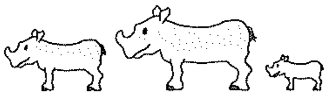
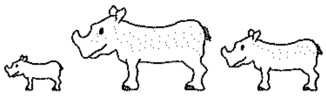
b) Warum ist es nicht möglich, dass jemand *genau 3 Punkte* bekommt?

c) Bei welchem Zieleinlauf würden *insgesamt die meisten Punkte* erreicht werden?

d) Am Ende stellte sich heraus, dass *insgesamt genau 67 Punkte* erreicht wurden.
Wie war der Zieleinlauf der vier Mädchen?

5. Die drei Nashörner Puri, Obie und Rollo sind im Zoo auf ihrem Abendspaziergang. Puri geht vorn, Obie in der Mitte und Rollo als Letzter. Puri wiegt 500 kg mehr als Obie. Obie wiegt 1000 kg weniger als Rollo. Welches Bild zeigt die richtige Reihenfolge?

(**A**)  (**B**)  (**C**) 

(**D**)  (**E**) 

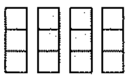
Lösung: Da der vorn spazierende Puri mehr wiegt als Obie in der Mitte, ist das vordere Nashorn größer als das mittlere. Das ist nur bei (**A**) und (**C**) der Fall. Da Obie in der Mitte weniger wiegt als der hinten spazierende Rollo, ist das hintere Nashorn größer als das mittlere (und übrigens auch größer als das erste, was aber hier nicht benötigt wird). Die richtige Reihenfolge zeigt (**A**).

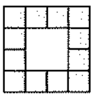
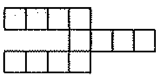
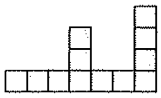
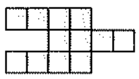
6. Fliegen haben 6 Beine, Spinnen haben 8 Beine. Zusammen haben 3 Fliegen und 2 Spinnen genauso viele Beine wie 9 Hühner und

(**A**) 2 Katzen (**B**) 3 Katzen (**C**) 4 Katzen (**D**) 5 Katzen (**E**) 6 Katzen

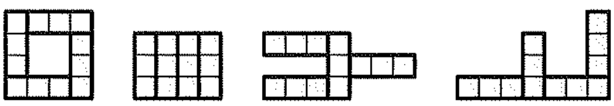
Lösung: Es haben 3 Fliegen und 2 Spinnen zusammen $3 \cdot 6 + 2 \cdot 8 = 18 + 16 = 34$ Beine. Da 9 Hühner mit ihren je 2 Beinen zusammen $9 \cdot 2 = 18$ Beine haben, bleiben für die Katzen insgesamt $34 - 18 = 16$ Beine. Und die gehören wegen $4 \cdot 4 = 16$ zu 4 vierbeinigen Katzen.

Wer beim Lesen der Aufgabe schon bemerkt hat, dass 3 Fliegen wegen $3 \cdot 6 = 9 \cdot 2 = 18$ ebenso viele Beine haben wie 9 Hühner, der bemerkt dann wohl auch, dass 2 Spinnen wegen $2 \cdot 8 = 4 \cdot 4 = 16$ ebenso viele Beine haben wie 4 Katzen und ist damit schneller fertig.

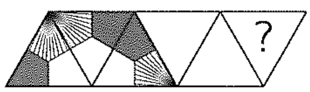
7. Lutz hat 4 gleiche Teile . Welche der 5 Figuren kann er damit *nicht* legen?

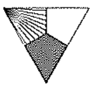
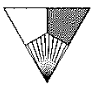
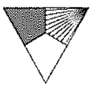
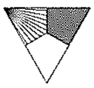
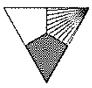
(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

Lösung: Die Figur (**E**) lässt sich nicht legen, denn bei (**E**) müssen 3 Teile waagerecht liegen, und für das 4. Teil ist dann keine Lagemöglichkeit mehr vorhanden. Wie (**A**) bis (**D**) gelegt werden können, zeigen die Bilder:

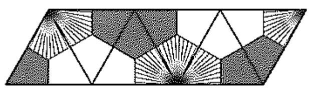


8. Auf dem abgebildeten Streifen sind benachbarte Dreiecke an der gemeinsamen Dreiecksseite zueinander gespiegelt. Wie sieht das 6. Dreieck aus?



(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

Lösung: Wer sich das Spiegeln an den Dreiecksseiten gut vorstellen kann, findet schnell, dass (**E**) die Lösung ist. Es dauert aber auch nicht lange, die Spiegelbilder zu zeichnen – und dann ist die Lösung fast genauso schnell erreicht.



13. Familie Berg hat ihren Wanderurlaub genau geplant. Von Montag bis Freitag stehen insgesamt 70 km auf dem Plan. Am Dienstag wandern sie 2 km mehr als am Montag, am Mittwoch 2 km mehr als am Dienstag usw. Wie viel wandern sie am Donnerstag?

(**A**) 12 km (**B**) 13 km (**C**) 14 km (**D**) 15 km (**E**) 16 km

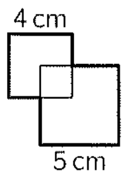
Lösung: Familie Berg wandert von den insgesamt 70 Kilometern am Montag ein gewisses Stück. Am Dienstag wandert die Familie so viel wie am Montag plus 2 km. Am Mittwoch kommen weitere 2 km, also insgesamt 4 km zur Montagsstrecke dazu, am Donnerstag sind es $3 \cdot 2\,\text{km} = 6\,\text{km}$, die mehr als am Montag gewandert werden, und am Freitag sind es schließlich $4 \cdot 2\,\text{km} = 8\,\text{km}$ mehr als am Montag. Es wird also insgesamt 5-mal die Montagsstrecke plus $(2+4+6+8)\,\text{km} = 20\,\text{km}$ gewandert, was zusammen die geplanten 70 km sind. Dann sind die $70\,\text{km} - 20\,\text{km} = 50\,\text{km}$ gerade die 5-fache Montagsstrecke, welche folglich $50\,\text{km} : 5 = 10\,\text{km}$ beträgt. Am Donnerstag wandert Familie Berg also $10\,\text{km} + 6\,\text{km} = 16\,\text{km}$.

14. Auf jede Seite ihres selbstgebastelten Würfels hat Doro eine Zahl geschrieben. Die Summen der Zahlen auf gegenüberliegenden Seiten sind alle gleich. Fünf der sechs Zahlen verrät Doro: 5, 6, 9, 11 und 14. Welche Zahl hat Doro nicht verraten?

(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 12 (**D**) 13 (**E**) 15

Lösung: Da die Summen der Zahlen auf gegenüberliegenden Seiten des Würfels gleich sind, müssen sich unter den 5 Zahlen, die Doro verraten hat, zwei Paare finden, die dieselbe Summe haben. Wir finden, dass $6 + 14 = 9 + 11 = 20$ ist. Eine andere Möglichkeit, unter den von Doro genannten 5 Zahlen zwei Paare mit gleicher Summe zu finden, gibt es nicht. Wegen $20 - 5 = 15$ steht der 5 die Zahl 15 gegenüber.

15. Der Mittelpunkt des kleinen Quadrats im Bild ist Eckpunkt des großen Quadrats. Die sich schneidenden Seiten der beiden Quadrate sind zueinander senkrecht. Welchen Flächeninhalt hat die dick umrandete graue Fläche?



(**A**) 37 cm² (**B**) 38 cm² (**C**) 39 cm² (**D**) 40 cm² (**E**) 41 cm²

Lösung: Der gesuchte Flächeninhalt ist die Summe der Flächeninhalte der Quadrate mit den Seitenlängen 4 cm und 5 cm vermindert um den Flächeninhalt des Quadrats, in dem sich die beiden genannten Quadrate überlappen, denn dessen Flächeninhalt wird in dieser Summe doppelt gezählt. Die Seitenlänge des „Überlappungsquadrats" ist halb so groß wie die Seitenlänge des kleinen Quadrats, da eine seiner Ecken im Mittelpunkt dieses Quadrats liegt, also $4\,\text{cm} : 2 = 2\,\text{cm}$. Damit ist der gesuchte Flächeninhalt der grauen Fläche $4 \cdot 4\,\text{cm}^2 + 5 \cdot 5\,\text{cm}^2 - 2 \cdot 2\,\text{cm}^2 = 16\,\text{cm}^2 + 25\,\text{cm}^2 - 4\,\text{cm}^2 = 37\,\text{cm}^2$.

16. Matteo, Liam, Luca und Gabriel waren die Torschützen des Handballspiels. Jeder hat eine andere Anzahl Tore geworfen. Matteo erzielte die wenigsten. Liam, Luca und Gabriel erzielten zusammen 20 Tore. Wie viele Tore kann Matteo *höchstens* geworfen haben?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

Lösung: Drei der Handballer haben zusammen 20 Tore geworfen. Diese Zahl muss sich als Summe von 3 *verschiedenen* Zahlen darstellen lassen. Die kleinste dieser 3 Zahlen muss kleiner als 6 sein, denn $6 + 7 + 8 = 21 > 20$. Die Zahl 5 jedoch ist als kleinste der Tortrefferzahlen möglich, denn es ist zum Beispiel $5 + 6 + 9 = 20$. Damit kann Matteo höchstens 4 Tore geworfen haben.

Ähnlich lässt sich bei Würfel (**C**) argumentieren: Da der linke, obere, vordere kleine Würfel hell ist, müssten entweder die beiden Würfel darunter, die beiden Würfel rechts daneben oder die beiden Würfel dahinter dunkel sein. Da dies nicht der Fall ist, besteht auch Würfel (**C**) nicht aus neun Stäben.

Angenommen Würfel (**B**) würde aus neun Stäben bestehen. Dann wäre der kleine Würfel, der sich in der Mitte der Vorderseite befindet, sicher nicht der Würfel in der Mitte von einem der Stäbe. Also wäre er ein Randwürfel eines Stabes, und der mittlere Würfel dieses Stabes wäre der Mittelpunkt des ganzen Würfels. Aus demselben Grund wäre auch der kleine Würfel, der sich in der Mitte der rechten Seite befindet, Randwürfel eines Stabes. Dieser Stab würde auch durch den Mittelpunkt des ganzen Würfels gehen, was aber nicht möglich ist.

Dass Würfel (**E**) nicht aus neun Stäben besteht, folgt mit den gleichen Argumenten wie für (**B**).

20. Als Vanessa Taschengeld bekommt, ist zufällig ihr Onkel dabei. „Aufgepasst!", ruft er. „Ich werde folgende 3 Aktionen mit deinem Geld ausführen:

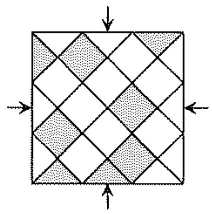
(1) Ich lege 1 Euro dazu. (2) Ich nehme 1 Euro weg. (3) Ich verdopple.

Wähle klug die Reihenfolge." Bei welcher Reihenfolge bekommt Vanessa am meisten?

(**A**) (1)(3)(2) (**B**) (1)(2)(3) (**C**) (2)(3)(1) (**D**) (2)(1)(3) (**E**) (3)(1)(2)

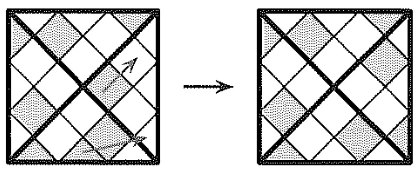
Lösung: Wer mag, kann mit einem selbstgewählten Beispiel ausprobieren, was bei den vorgeschlagenen Reihenfolgen entsteht, um zu entscheiden, was am klügsten ist: Dazu nehmen wir an, dass Vanessa in dieser Woche 3 Euro Taschengeld erhält. Im Fall (**A**) entstehen daraus $(3+1)\cdot 2-1=7$, im Fall (**B**) sind es $(3+1-1)\cdot 2=6$, im Fall (**C**) dann $(3-1)\cdot 2+1=5$, im Fall (**D**) $(3-1+1)\cdot 2=6$ und im Fall (**E**) schließlich $3\cdot 2+1-1=6$. Es ist am günstigsten, das Abziehen nach dem Verdoppeln des möglichst großen Betrags – und das ist das Taschengeld plus 1 Euro – vorzunehmen. Das geschieht bei (**A**). Unabhängig von der Höhe ihres Taschengeldes, erhält Vanessa auf diese Weise stets das Doppelte des Betrags plus 1 Euro.

21. Der königliche Fliesenleger hat eine Nische des neuen Bades im Palast mit weißen und silbergrauen Fliesen ausgelegt. „Wie unordentlich!", ruft die launische Königin und befiehlt: „Lege die Fliesen so um, dass das Muster von allen vier Seiten gleich aussieht." Wie viele silbergraue Fliesen muss der Fliesenleger *mindestens* umlegen?

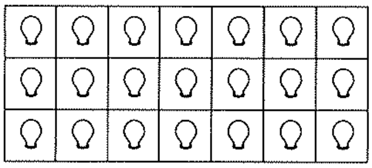


(**A**) 3 dreieckige und 1 quadratische (**B**) 1 dreieckige und 3 quadratische
(**C**) 1 dreieckige und 2 quadratische (**D**) 2 dreieckige und 2 quadratische
(**E**) 1 dreieckige und 1 quadratische

Lösung: Wenn wir das Fliesenquadrat durch die Diagonalen in vier Dreiecke zerlegen, dann muss jedes dieser Dreiecke vom Rand aus gleich aussehen. Wenn wir das Aufgabenblatt mit der Zeichnung geeignet drehen, erkennen wir, dass das linke und das obere Dreieck bereits gleich sind. Tauschen wir die mittlere silbergraue dreieckige Fliese im unteren Dreieck mit der unteren weißen dreieckigen Fliese des rechten Dreiecks und die silbergraue quadratische Fliese im rechten Dreieck mit der weißen quadratischen, die rechts oberhalb davon liegt, dann sind alle 4 Dreiecke gleich.



24. Vasile hat 21 Lampen in einem 3×7-Feld montiert und schaltet einige davon an. Immer nach einer Minute gehen automatisch zusätzlich all jene Lampen an, die an zwei, drei oder allen vier Seiten bereits angeschaltete Lampen haben. Wie viele Lampen muss Vasile zu Beginn *mindestens* anschalten, damit nach einer gewissen Zeit sämtliche 21 Lampen angeschaltet sind?

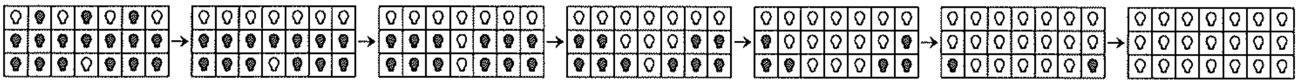


(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

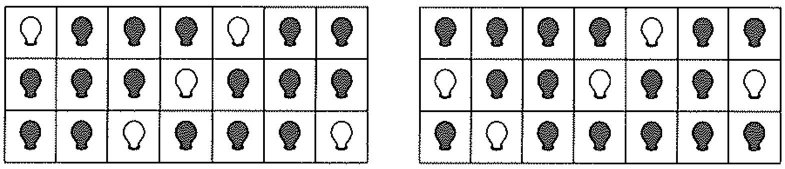
Lösung: Zuerst betrachten wir die 7 Spalten des 3×7-Felds. In jeder der beiden Randspalten muss zu Beginn mindestens eine Lampe angeschaltet sein, denn jede Lampe in diesen Spalten hat nur eine benachbarte Lampe, die nicht zu dieser Spalte gehört. Außerdem können zu Beginn in zwei benachbarten Spalten nicht alle Lampen ausgeschaltet sein, da diese Lampen ebenfalls nur eine benachbarte Lampe haben, die nicht zu diesen Spalten gehört. Wenn irgendwann alle 21 Lampen leuchten, dann waren zu Beginn also sicher nicht weniger als 4 Lampen an.

Wir überlegen, ob 4 Lampen ausreichen, damit irgendwann alle 21 Lampen leuchten. In diesem Fall muss in der 1., 3., 5. und 7. Spalte jeweils eine Lampe angeschaltet sein. Damit nach einer Minute eine weitere Lampe angeht, müssen sich zwei benachbarte dieser 4 Lampen in derselben Zeile befinden. Damit eine Minute später wieder eine neue Lampe angeht, muss noch eine weitere in derselben Zeile sein, und genauso auch die vierte. Bei dieser Verteilung wird aber schließlich nur diese Zeile vollständig erleuchtet sein, alle anderen Lampen bleiben ausgeschaltet. Damit irgendwann alle 21 Lampen leuchten, müssen zu Beginn also mindestens 5 Lampen angeschaltet sein.

Da ebenso in jeder der beiden Randzeilen zu Beginn eine Lampe angeschaltet sein muss, probieren wir mit 4 Lampen in der oberen Zeile, und zwar wie zuvor in der 1., 3., 5. und 7. Spalte, und einer 5. Lampe in der unteren Zeile. Tatsächlich gelingt es unabhängig davon, in welcher Spalte die untere Lampe ist, dass nach einer gewissen Zeit alle 21 Lampen leuchten, zum Beispiel:



Und es gibt viele weitere Möglichkeiten, 5 Lampen zu Beginn so anzuschalten, dass irgendwann alle 21 Lampen leuchten, wie zum Beispiel diese hier:



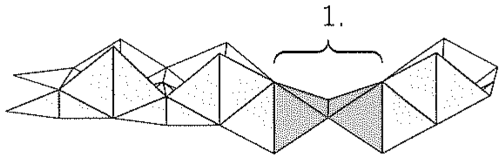
Welche 5 Lampen müssen in Aufgabe 24 zu Beginn angeschaltet werden, damit möglichst schnell alle 21 Lampen leuchten?
Und mit welchen 5 Start-Lampen geht es am langsamsten?

Kaleidozyklus

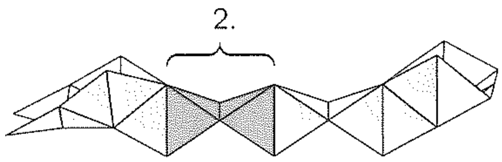
Ein Kaleidozyklus ist ein Ring aus mehreren Tetraedern (in einer geraden Anzahl und mindestens 8), der sich in sich drehen lässt. Hier ist eine Anleitung für einen Kaleidozyklus aus 8 Tetraedern.

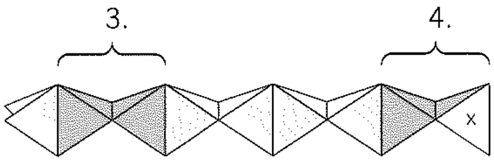
Als erstes kopiert ihr die Vorlage (am besten etwas vergrößert) oder paust sie ab. Sie lässt sich aber auch leicht mit Zirkel und Lineal konstruieren. Anschließend schneidet ihr das Netz sauber aus. Dann wird das Netz an allen Linien einmal nach vorne und einmal nach hinten vorgeknickt.

Um den Kaleidozyklus zusammenzubauen, werden der Reihenfolge nach immer 2 Tetraeder gleichzeitig gefaltet. Bestreicht dafür jeweils die 2 linken weißen Dreiecke mit Kleber und drückt dann die 2 rechten grauen Dreiecke darauf.

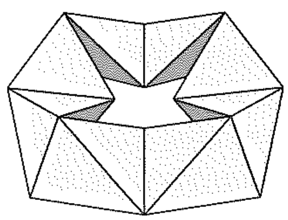


Wartet bis der Kleber getrocknet ist und macht dann mit den nächsten Tetraeder-Paaren genauso weiter.

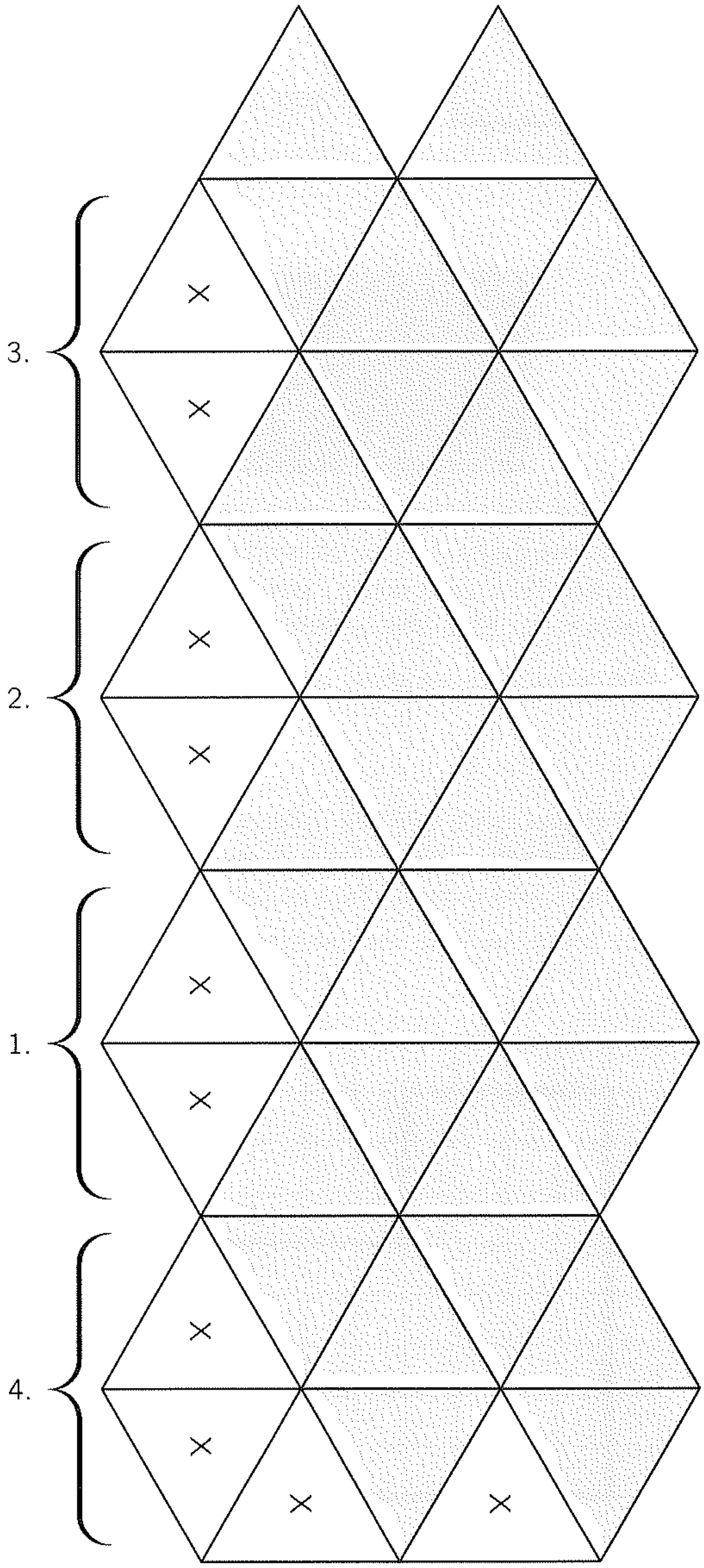




Zum Schluß verklebt ihr die zwei Enden.

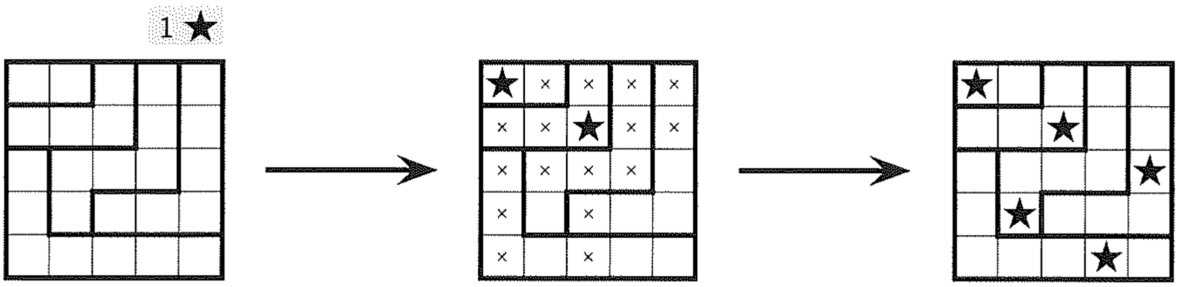


Fertig ist der Kaleidozyklus.

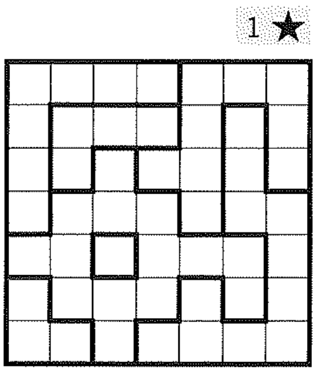


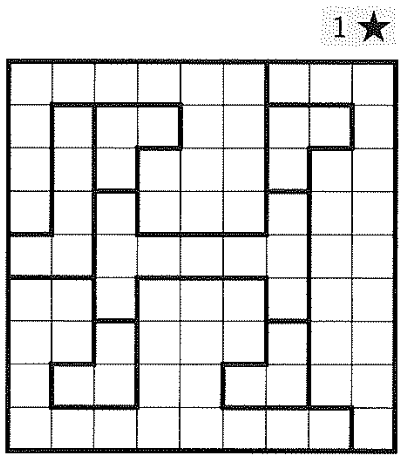
Sterne und Doppelsterne

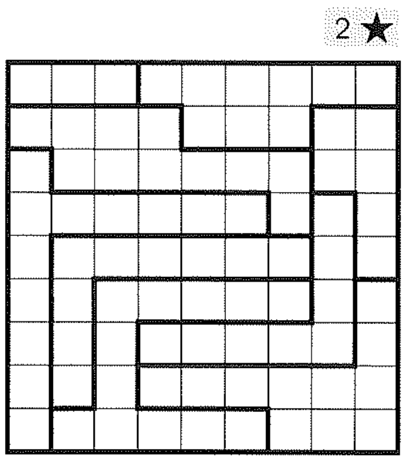
In jedem Diagramm soll in einige Kästchen ein Stern gezeichnet werden, sodass in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jedem dick umrandeten Gebiet so viele Sterne vorkommen wie angegeben. Dabei dürfen nirgends zwei Sterne direkt nebeneinander liegen: nicht horizontal, nicht vertikal und nicht diagonal. Hier ist ein Beispiel:

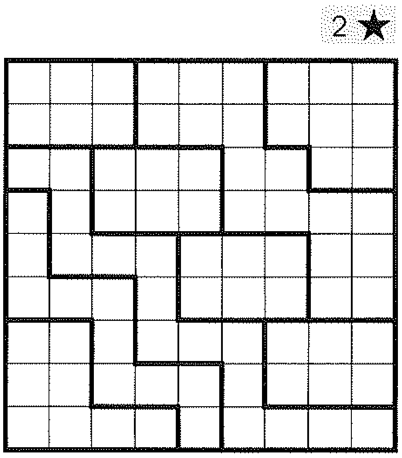


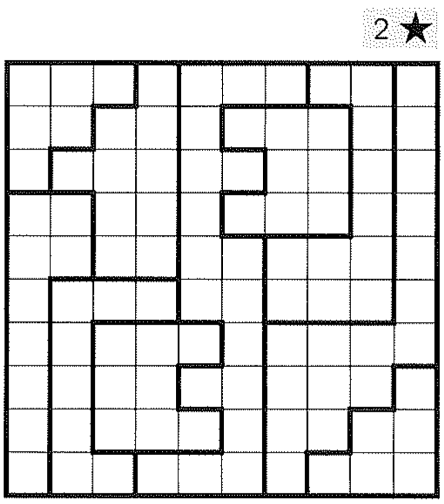
Wer findet die Sterne in den folgenden Aufgaben?

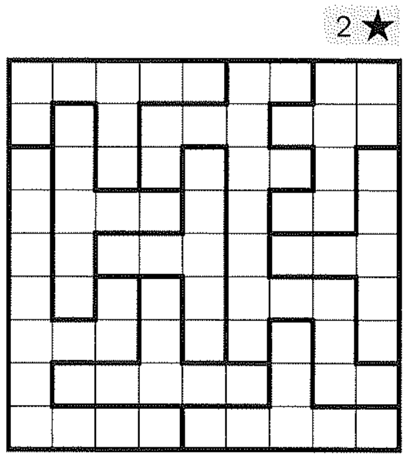












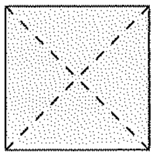
Diese Aufgaben hat Dr. Robert Vollmert erstellt, der seit Jahren bei den Logic Masters erfolgreich ist.

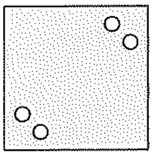
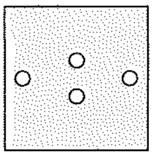
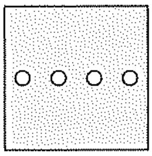
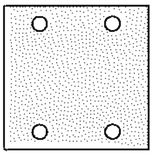
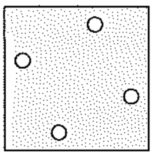
6. Drei verschiedene positive ganze Zahlen haben die Summe 7. Was ist ihr Produkt?

(**A**) 8 (**B**) 9 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 14

Lösung: Die Zahl 7 kann bis auf die Reihenfolge der Summanden nur auf eine Weise als Summe von drei verschiedenen positiven ganzen Zahlen geschrieben werden: $7 = 1 + 2 + 4$. Das gesuchte Produkt ist $1 \cdot 2 \cdot 4 = 8$.

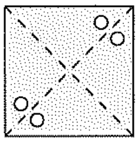
7. Fynn faltet das abgebildete Stück Papier entlang der Faltlinien und stanzt ein Loch in das gefaltete Papier. Welche 4 Löcher könnten zu sehen sein, wenn Fynn das Papier wieder auseinanderfaltet?



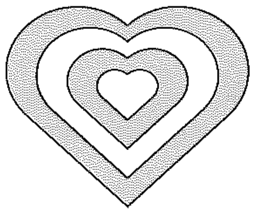
(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

Lösung: Die 4 Löcher, die beim Auseinanderfalten sichtbar werden, liegen bezüglich der diagonalen Faltlinien gespiegelt zueinander. Das ist nur bei (**A**) der Fall.

Ähnlich zu dieser Aufgabe ist jeweils Aufgabe 12 in den Klassenstufen 3/4 und 5/6.



8. Antonia hat wie abgebildet zwei dunkle und zwei helle Papierherzen mit Flächeninhalten von $16\,\text{cm}^2$, $9\,\text{cm}^2$, $4\,\text{cm}^2$ und $1\,\text{cm}^2$ abwechselnd übereinander gelegt. Welchen Flächeninhalt hat die sichtbare dunkle Fläche?



(**A**) 9 cm² (**B**) 10 cm² (**C**) 11 cm² (**D**) 12 cm² (**E**) 13 cm²

Lösung: Der Flächeninhalt des äußeren Teils der dunklen Fläche ist die Differenz der Flächeninhalte des größten und des zweitgrößten Herzens. Der Flächeninhalt des inneren Teils der dunklen Fläche ist die Differenz der Flächeninhalte des drittgrößten und des kleinsten Herzens. Die dunkle Fläche ist folglich $(16\,\text{cm}^2 - 9\,\text{cm}^2) + (4\,\text{cm}^2 - 1\,\text{cm}^2) = 7\,\text{cm}^2 + 3\,\text{cm}^2 = 10\,\text{cm}^2$ groß.

9. Im Gewächshaus sind die ersten Erdbeeren reif. Nachdem Jan 16 Erdbeeren gepflückt hat, finden seine zwei Schwestern jede nur noch 10. Jan teilt brüderlich, damit sie alle drei gleich viele Erdbeeren haben. Wie viele Erdbeeren gibt er an jede seiner Schwestern ab?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

Lösung: Jan muss die $16 - 10 = 6$ Erdbeeren, die er mehr als jede seiner Schwestern gepflückt hat, gleichmäßig auf alle drei aufteilen. Dazu muss er jeder seiner Schwestern $6 : 3 = 2$ Erdbeeren abgeben.

10. Eine fünfstellige Zahl hat die Quersumme 42 und vier gleiche Ziffern. Welches ist die fünfte Ziffer?

(**A**) 1 (**B**) 8 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 6

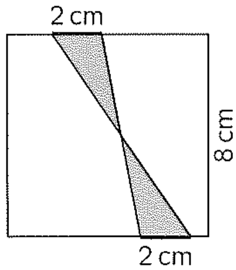
Lösung: Die vier gleichen Ziffern müssen vier Neunen sein, sonst wäre die Quersumme höchstens $4 \cdot 8 + 9 = 41$. Wegen $42 - 4 \cdot 9 = 6$ ist die fünfte Ziffer eine 6.

15. In der Zeitung steht, dass am vergangenen Wochenende über 800 Frauen und Männer beim Teamlauf „Rund um den Steinberg" dabei waren. Genau 35 % der Teilnehmenden waren Frauen, und es waren 252 Männer mehr als Frauen. Wie viele Frauen und Männer nahmen insgesamt teil?

(**A**) 802 (**B**) 810 (**C**) 822 (**D**) 824 (**E**) 840

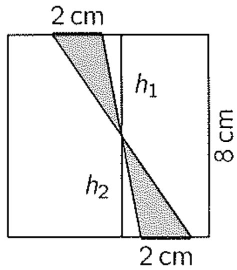
Lösung: Wenn 35 % der Teilnehmenden Frauen waren, dann waren 100 % − 35 % = 65 % der Teilnehmenden Männer. Also entsprechen die 252 Männer, die es mehr als Frauen waren, 65 % − 35 % = 30 % aller Teilnehmenden. Für die Anzahl x aller Teilnehmenden ergibt sich daraus $\frac{30}{100}x = 252$, also $x = \frac{252 \cdot 10}{3} = 840$. Es haben insgesamt 840 Frauen und Männer an diesem Teamlauf teilgenommen.

Für welche drei Ziffern A, B, C gilt
AB + CC = ABC ?



16. Auf zwei gegenüberliegenden Seiten eines Quadrats mit der Seitenlänge 8 cm sind zwei Strecken der Länge 2 cm markiert. Ihre Endpunkte sind wie abgebildet verbunden. Welchen Flächeninhalt hat die graue Fläche?

(**A**) $4\,\text{cm}^2$ (**B**) $8\,\text{cm}^2$ (**C**) $12\,\text{cm}^2$ (**D**) $16\,\text{cm}^2$ (**E**) $20\,\text{cm}^2$



Lösung: Zu jedem der grauen Dreiecke zeichnen wir die Höhe auf die jeweilige Seite der Länge 2 cm. Weil die gegenüberliegenden Quadratseiten zueinander parallel sind und die Höhen auf ihnen senkrecht stehen, gilt $h_1 + h_2 = 8\,\text{cm}$, und der gesuchte Flächeninhalt beträgt $\frac{1}{2} \cdot 2\,\text{cm} \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot 2\,\text{cm} \cdot h_2 = 1\,\text{cm} \cdot (h_1 + h_2) = 8\,\text{cm}^2$.

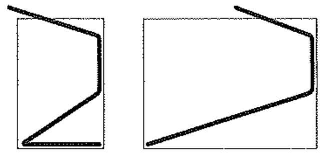
Wer sieht, dass die beiden grauen Dreiecke zueinander kongruent sind (Stufenwinkelsatz und Kongruenzsatz WSW), kann direkt $h_1 = 4\,\text{cm}$ folgern und den gesuchten Flächeninhalt als $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm} = 8\,\text{cm}^2$ berechnen.

17. Giovanni möchte einen Faden in 9 gleich lange Teile zerschneiden und markiert dafür die Schnittstellen. Barbara möchte denselben Faden in nur 8 gleich lange Teile zerschneiden und markiert ebenfalls die Schnittstellen. Ana zerschneidet den Faden an allen markierten Stellen. Wie viele Teile entstehen dabei?

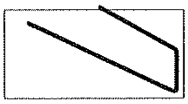
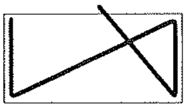
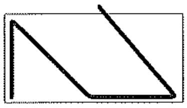
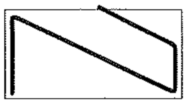
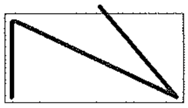
(**A**) 15 (**B**) 16 (**C**) 17 (**D**) 18 (**E**) 19

Lösung: Giovanni markiert 8 Punkte und Barbara 7. Wenn Giovannis m-ter Punkt und Barbaras n-ter Punkt von links zusammenfallen, dann gilt $m \cdot \frac{1}{9} = n \cdot \frac{1}{8}$, also $8m = 9n$. Damit diese Gleichung gilt, müsste, weil 8 und 9 teilerfremd sind, m durch 9 und n durch 8 teilbar sein. Das ist nicht möglich, da $0 < m < 9$ und $0 < n < 8$ gilt. Ana schneidet also an 15 markierten Stellen und erhält somit 16 Teile.

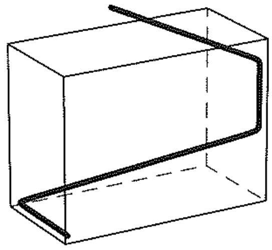
21. Für eine Ausstellung verlegt Herr Simmering Kabel für die Beleuchtung der Vitrinen. In einer quaderförmigen Vitrine hängt noch ein Kabelrest. Rechts ist die Ansicht der Vitrine von links und von vorn skizziert. Welches ist die Ansicht der Vitrine von oben?



von links von vorn

(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

Lösung: Aus den gegebenen Ansichten schließen wir, dass das obere Ende des Kabels hinten etwa in der Mitte liegt. Dann verläuft das Kabel nach rechts vorn, dann ein Stück nach unten (was in der Draufsicht nicht erkennbar ist), dann zur linken unteren hinteren Ecke und schließlich gerade nach vorn zur linken vorderen unteren Ecke. Rechts ist die Vitrine im Schrägbild dargestellt. Von oben betrachtet verläuft das Kabel von hinten etwa in der Mitte nach rechts vorn, dann nach links hinten und dann nach links vorn – so wie in Bild (**E**).



22. Über eine natürliche Zahl n wurden die vier Aussagen rechts getroffen. Sie sind *abwechselnd* wahr und falsch. Wie lautet die natürliche Zahl n?

(1) n ist nicht größer als 13.
(2) n ist keine Primzahl.
(3) n ist nicht ungerade.
(4) n ist nicht größer als 17.

(**A**) 13 (**B**) 14 (**C**) 15 (**D**) 16 (**E**) 17

Lösung: Es gibt genau zwei mögliche Fälle:

1. Fall: Aussage (1) ist wahr. Dann gilt $n \leq 13$, und es sind (2) falsch, (3) wahr und (4) falsch. Wenn (4) falsch ist, dann gilt $n > 17$, was jedoch nicht gleichzeitig mit $n \leq 13$ gelten kann. Dieser Fall kann nicht eintreten.

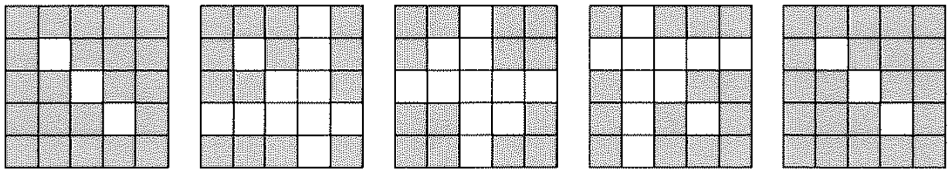
2. Fall: Aussage (1) ist falsch. Dann gilt $n > 13$, und es sind (2) wahr, (3) falsch und (4) wahr. Wenn (4) wahr ist, dann gilt $n \leq 17$. Da n eine natürliche Zahl ist, kann n nur eine der Zahlen 14, 15, 16 oder 17 sein. Da (2) wahr ist, ist n keine Primzahl, also nicht 17. Da (3) falsch ist, ist n ungerade. Folglich gilt $n = 15$.

23. Alle 3 Minuten fährt ein Bus vom Flughafen zum Hauptbahnhof. Die Fahrt dauert 60 Minuten. Weil Frau Martens es eilig hat, nimmt sie ein Taxi. Das braucht für dieselbe Strecke nur 35 Minuten. Unterwegs fallen ihr die Busse auf, die das Taxi überholt. Wie viele Busse überholt das Taxi bis zum Hauptbahnhof, wenn es 2 Minuten nach einem Bus am Flughafen losgefahren ist?

(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 10 (**D**) 11 (**E**) 12

Lösung: Das Taxi überholt alle Busse, die noch mehr als 35 Minuten unterwegs sind. Da jeder Bus 60 Minuten unterwegs ist, sind das die Busse, die vor höchstens $60 - 35 = 25$ Minuten losgefahren sind. Da die Busse im 3-Minuten-Takt fahren und das Taxi 2 Minuten nach Abfahrt eines Busses losgefahren ist, sind das genau die Busse, die vor 2, vor 5, vor 8, vor 11, vor 14, vor 17, vor 20 und vor 23 Minuten losgefahren sind. Das Taxi überholt folglich 8 Busse.

Lösung: Wir skizzieren, wie die einzelnen Schichten des Körpers von oben nach unten aussehen:



Durch Abzählen finden wir, dass der abgebildete Körper aus 86 kleinen 1×1×1-Würfeln besteht.

Man kann sich durch genaues Betrachten auch überlegen, dass von den jeweils 5 zu einem Tunnel gehörigen kleinen 1×1×1-Würfeln 4 Würfel nur zu diesem Tunnel gehören und einer zu 3 Tunneln (einem in jeder Richtung). Mithilfe von dreidimensionalen Koordinaten (k, ℓ, m) für den kleinen 1×1×1-Würfel in der k-ten Ebene von links, der ℓ-ten Ebene von vorn und der m-ten Ebene von unten lassen sich die herausgestoßenen Würfel auch übersichtlich aufschreiben:

Tunnel von oben nach unten:	$(2,4,m)$	$(3,3,m)$	$(4,2,m)$
Tunnel von vorn nach hinten:	$(2,\ell,2)$	$(3,\ell,3)$	$(4,\ell,4)$
Tunnel von links nach rechts:	$(k,4,2)$	$(k,3,3)$	$(k,2,4)$

Die kleinen 1×1×1-Würfel $(2,4,2)$, $(3,3,3)$ und $(4,2,4)$ gehören zu 3 Tunneln, alle übrigen nur zu einem Tunnel. Also wurden $3 \cdot 3 \cdot 4 + 3 = 39$ kleine 1×1×1-Würfel herausgestoßen. Der abgebildete Körper besteht folglich aus $5 \cdot 5 \cdot 5 - 39 = 125 - 39 = 86$ kleinen 1×1×1-Würfeln.

28. Auf einer 720 m langen Kreisbahn laufen Hakan und Wendy in entgegengesetzter Richtung. Sie sind am selben Punkt gestartet. Hakan schafft eine Runde in 4 Minuten, Wendy braucht dafür 5 Minuten. Welche Strecke läuft Wendy zwischen zwei aufeinanderfolgenden Begegnungen mit Hakan?

(**A**) 355 m (**B**) 350 m (**C**) 340 m (**D**) 330 m (**E**) 320 m

Lösung: Hakans und Wendys Geschwindigkeiten betragen nach Aufgabenstellung $v_H = \frac{720\,\text{m}}{4\,\text{min}}$ bzw. $v_W = \frac{720\,\text{m}}{5\,\text{min}}$. Die von Hakan und Wendy zwischen zwei aufeinanderfolgenden Begegnungen in der Zeit t zurückgelegten Wege seien s_H bzw. s_W. Es gelten $v_H = \frac{s_H}{t}$ und $v_W = \frac{s_W}{t}$ und somit $s_H = \frac{720\,\text{m}}{4\,\text{min}} \cdot t$ bzw. $s_W = \frac{720\,\text{m}}{5\,\text{min}} \cdot t$. Da $s_H + s_W = 720\,\text{m}$ gilt, erhalten wir $\frac{720\,\text{m}}{4\,\text{min}} \cdot t + \frac{720\,\text{m}}{5\,\text{min}} \cdot t = 720\,\text{m}$ und daraus $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \frac{t}{\text{min}} = 1$, also $t = \frac{20}{9}\,\text{min}$. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Begegnungen mit Hakan läuft Wendy folglich $s_W = \frac{720\,\text{m}}{5\,\text{min}} \cdot \frac{20}{9}\,\text{min} = 80 \cdot 4\,\text{m} = 320\,\text{m}$.

Wer sich schon mit Proportionalität auskennt, kann sich folgendes überlegen: Die Zeit, die Hakan und Wendy für die gleiche Strecke benötigen, verhält sich nach Aufgabenstellung wie 4 : 5. Da sich bei einer gleichförmigen Bewegung Weg und Zeit umgekehrt proportional verhalten, verhält sich der von Hakan und Wendy jeweils in derselben Zeit zurückgelegte Weg wie 5 : 4. Folglich legt Hakan zwischen zwei aufeinanderfolgenden Begegnungen $\frac{5}{5+4} = \frac{5}{9}$ der Runde zurück und Wendy $\frac{4}{5+4} = \frac{4}{9}$. Wendy läuft also $\frac{4}{9} \cdot 720\,\text{m} = 320\,\text{m}$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Begegnungen.

Die Lösungsbuchstaben für die Aufgaben der Klassenstufen 3 und 4 sind:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8
Antwort	A	B	B	A	E	D	B	C
Aufgabe	9	10	11	12	13	14	15	16
Antwort	D	E	D	A	C	E	C	C
Aufgabe	17	18	19	20	21	22	23	24
Antwort	D	D	B	E	D	B	A	C

Die Lösungsbuchstaben für die Aufgaben der Klassenstufen 5 und 6 sind:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8
Antwort	C	B	D	A	A	C	E	E
Aufgabe	9	10	11	12	13	14	15	16
Antwort	D	A	C	D	E	E	A	C
Aufgabe	17	18	19	20	21	22	23	24
Antwort	B	D	D	A	E	C	D	B

Die Lösungsbuchstaben für die Aufgaben der Klassenstufen 7 und 8 sind:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antwort	D	B	A	D	C	A	A	B	A	E
Aufgabe	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Antwort	E	C	B	B	E	B	B	D	D	C
Aufgabe	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Antwort	E	C	B	D	B	A	D	E	D	C