

Kombinatorik

Die Kombinatorik ist ein Teilgebiet der Stochastik (Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten) und dabei eine wichtige Grundlage. Sie befasst sich mit Problemen der Anordnung oder Gruppierung von Elementen und es geht vor allem um das systematische Abzählen von Möglichkeiten.

Viele kombinatorische Überlegungen basieren auf dem allgemeinen Abzählprinzip:

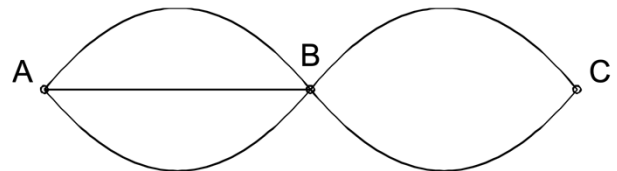
Kann eine erste Handlung auf n_1 Arten, eine zweite auf n_2 Arten, ... eine x -te auf n_x Arten ausgeführt werden, dann ist die Anzahl der Möglichkeiten, die x Handlungen nacheinander auszuführen, gleich $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_x$.

Beispiel 1:

Von A nach B führen 3 Strassen, von B nach C deren 2.

Auf wie viele Arten kann man von A nach C gelangen?

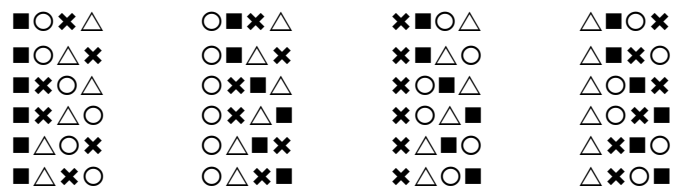
Lösung: **$3 \cdot 2 = 6$ Möglichkeiten.**



Beispiel 2:

Auf wie viele Arten können die 4 Elemente $\blacksquare \circ \times \triangle$ in einer Reihe angeordnet werden?

Lösung: **$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Möglichkeiten**

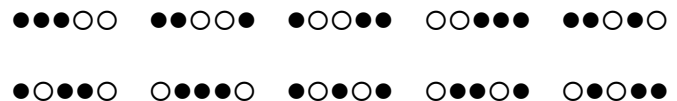


Beispiel 3:

In einer Urne befinden sich drei schwarze und zwei weiße Kugeln.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Kugeln in einer Reihe anzuordnen?

Lösung: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)} = 10$ Möglichkeiten



Beispiel 4:

Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen gibt es bei dem abgebildeten Fahrradschloss?

Lösung: Jedes der vier Drehrädchen besitzt die Zahlen von 0 bis 9, d.h. es gibt pro Drehrädchen immer 10 mögliche Positionen. Jede vierstellige Zahl des Zahlenschlosses besteht aus je einer Zahl der vier Drehrädchen. Alle möglichen vierstelligen Zahlen von der kleinsten (0000) bis zur grössten (9999) entstehen durch Verändern der einzelnen Zahlen.



Es gibt folglich **$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10'000$ Möglichkeiten.**

Beispiel 1 und Beispiel 2 : **Permutation** (Vertauschung) *ohne* Wiederholung.

Beispiel 3 : **Permutation** (Vertauschung) *mit* Wiederholung.

Beispiel 4 : **Variation** (Veränderung) mit Wiederholung.