

Wachstum - Berechnung der Anzahl Jahre

Beispiel:

„In welchem Zeitraum ergibt sich bei einem jährlichen Bevölkerungswachstum von 2,5% eine Verdoppelung der Einwohnerzahl?“

Annahme: Die Einwohnerzahl betrage anfänglich 1E. und nach x Jahren 2 E. (Verdoppelung $\hat{=}$ $\cdot 2$)

$$\rightarrow 1 \text{ E.} \cdot 1,025^x = 2 \text{ E.}$$

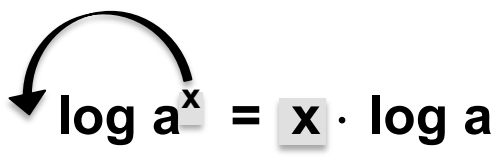
\rightarrow Da die Variable x als Exponent geschrieben steht, ist die Gleichung mit den bisherigen Methoden für uns unlösbar. Mit Hilfe der **Logarithmusfunktion** ist die Gleichung aber lösbar.

Es gilt:

$$\begin{array}{l} \log 1'000 = \mathbf{3} , \quad \text{denn} \quad 1'000 = 10^{\mathbf{3}} \\ \log 100 = \mathbf{2} , \quad \text{denn} \quad 100 = 10^{\mathbf{2}} \\ \log 10 = \mathbf{1} , \quad \text{denn} \quad 10 = 10^{\mathbf{1}} \end{array}$$

Daraus folgt :

$$3 = \log 1'000 = \log 10^3 = 3 \cdot \log 10 = 3 \cdot 1 = 3$$


$$\log a^x = x \cdot \log a$$

$$1 \text{ E.} \cdot 1,025^x = 2 \text{ E.}$$

$$1,025^x = 2 \quad | \log$$

$$\log 1,025^x = \log 2$$

$$x \cdot \log 1,025 = \log 2 \quad | : \log 1,025$$

$$x = \frac{\log 2}{\log 1,025} \hat{=} \underline{\underline{28,07}}$$

Nach ca. 28 Jahren hat sich die Einwohnerzahl verdoppelt.