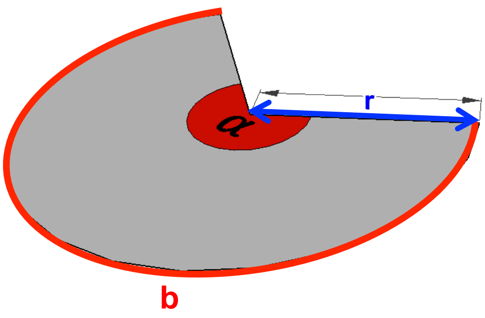
Repetition , MB3 LU14 (Kegel)

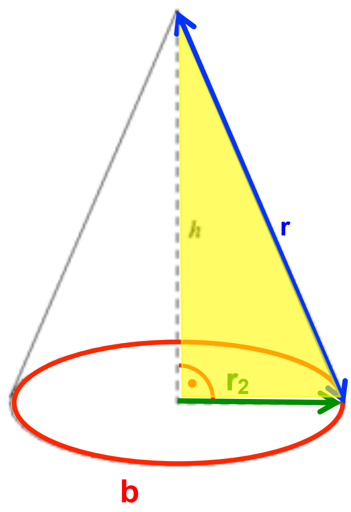
1. Der rechts abgebildete Kreissektor hat einen Zentriwinkel α = 240° und einen Radius r = 15cm.
Er wird zu einem Kegel geformt.
Berechne dessen Höhe h.



$$b = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$$

$$= \frac{2 \cdot 15cm \cdot \pi \cdot 240°}{360°}$$

$$= \underline{20 \cdot \pi}$$



$$r_2 = \frac{b}{2 \cdot \pi}$$

$$= \frac{20 \cdot \pi}{2 \cdot \pi}$$

$$= \underline{10}$$

$$r^2 = r_2^{\,2} + h^2 \quad | \; - r_2^{\,2}$$

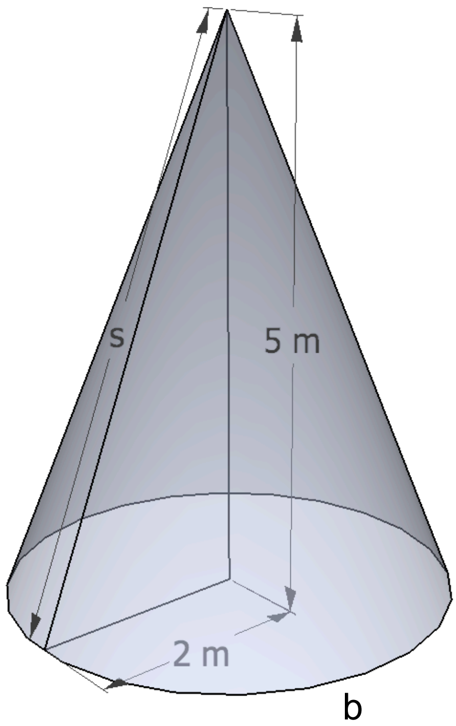
$$r^2 - r_2^{\,2} = h^2 \quad | \; \sqrt{\;}$$

$$\underline{\sqrt{r^2 - r_2^{\,2}}} = h$$

$$h = \sqrt{r^2 - r_2^{\,2}} = \sqrt{15^2 - 10^2}$$

$$= \sqrt{225 - 100} = \underline{\underline{\sqrt{125}\text{ cm}}} \cong \underline{\underline{11{,}18\text{ cm}}}$$

2. Der Zylinder rechts wird entlang der Mantellinie s aufgeschnitten und zu einem Kreissektor umgeformt. Berechne dessen Radius r und Zentriwinkel α.



$$s^2 = 5^2 + 2^2 \quad | \sqrt{}$$

$$s = \sqrt{5^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{25 + 4}$$

$$= \underline{\sqrt{29}\ \text{m}}$$

$$r = s = \underline{\underline{\sqrt{29}\ \text{m}}} \cong \underline{\underline{5{,}39\ \text{m}}}$$

$$b = 2 \cdot 2 \cdot \pi$$

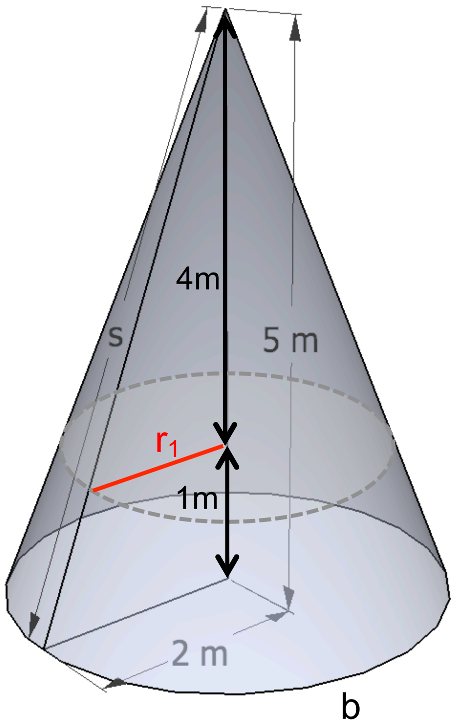
$$= \underline{4 \cdot \pi}$$

$$\alpha = \frac{360 \cdot b}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

$$= \frac{360 \cdot 4 \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{29} \cdot \pi}$$

$$= \frac{720}{\sqrt{29}} \cong \underline{\underline{133{,}70°}}$$

3. Der Kegel aus Aufgabe 2 wird auf 1m Höhe ab Boden parallel zur Grundfläche geschnitten.
In welchem Verhältnis stehen die Volumina der beiden Teilkörper zueinander?



$2m : 5m = r_1 : 4m$

$r_1 = \underline{1{,}6m}$

Volumen Kegel klein :

$$V_1 = \frac{r_1^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{1{,}6^2 \cdot \pi \cdot 4}{3} = \underline{\frac{10{,}24 \cdot \pi}{3}}$$

Volumen Kegelstumpf :

$$V_2 = V_{\text{Grosser Kegel}} - V_{\text{Kleiner Kegel}}$$

$$= \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} - V_1 = \frac{2^2 \cdot \pi \cdot 5}{3} - \frac{10{,}24 \cdot \pi}{3}$$

$$= \frac{20 \cdot \pi}{3} - \frac{10{,}24 \cdot \pi}{3} = \underline{\frac{9{,}76 \cdot \pi}{3}}$$

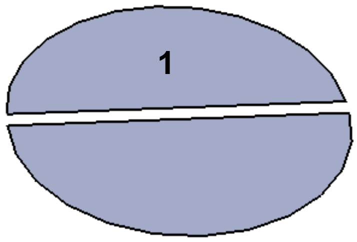
$$V_1 : V_2 = \frac{10{,}24 \cdot \pi}{3} : \frac{9{,}76 \cdot \pi}{3}$$

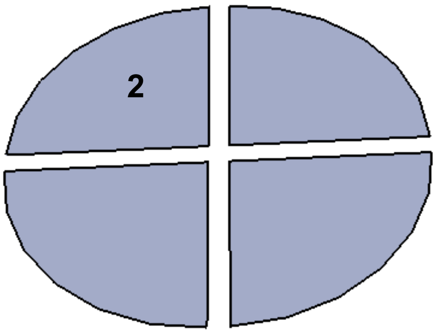
$$= 10{,}24 : 9{,}76$$

$$= 1'024 : 976$$

$$= \underline{\underline{64 : 61}}$$

4. Ein Kreis mit Radius r = 20cm wird in vier gleich grosse bzw. zwei gleich grosse Kreissektoren zerlegt.
Die vier bzw. zwei Kreissektoren werden zu Kegeln geformt.
In welchem Fall ist das Gesamtvolumen grösser?





<u>Volumen Kegel 1</u> :

$$b = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360°} = \frac{2 \cdot 20 \cdot \pi \cdot 180°}{360°} = \underline{20 \cdot \pi}$$

$$r_1 = \frac{b}{2 \cdot \pi} = \frac{20 \cdot \pi}{2 \cdot \pi} = \underline{10}$$

$$r^2 = r_1^2 + h^2 \quad | \; -r_1^2$$

$$r^2 - r_1^2 = h^2 \quad | \; \sqrt{}$$

$$\underline{\sqrt{r^2 - r_1^2}} = h$$

$$h = \sqrt{r^2 - r_1^2} = \sqrt{20^2 - 10^2}$$

$$= \sqrt{400 - 100} = \underline{\sqrt{300}}$$

$$V_1 = \frac{r_1^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{10^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{300}}{3} = \underline{\frac{100 \cdot \pi \cdot \sqrt{300}}{3}}$$

Volumen Kegel 2 :

$$b = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{2 \cdot 20 \cdot \pi \cdot 90^\circ}{360^\circ} = \underline{10 \cdot \pi}$$

$$r_2 = \frac{b}{2 \cdot \pi} = \frac{10 \cdot \pi}{2 \cdot \pi} = \underline{5}$$

$$r^2 = r_2^{\,2} + h^2 \quad | \; -r_2^{\,2}$$

$$r^2 - r_2^{\,2} = h^2 \quad | \; \sqrt{}$$

$$\underline{\sqrt{r^2 - r_2^{\,2}}} = h$$

$$h = \sqrt{r^2 - r_2^{\,2}} = \sqrt{20^2 - 5^2}$$

$$= \sqrt{400 - 25} = \underline{\sqrt{375}}$$

$$V_2 = \frac{r_2^{\,2} \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{5^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{375}}{3} = \underline{\frac{25 \cdot \pi \cdot \sqrt{375}}{3}}$$

$$2 \cdot V_1 = 2 \cdot \frac{100 \cdot \pi \cdot \sqrt{300}}{3} = \underline{\frac{200 \cdot \pi \cdot \sqrt{300}}{3}} \cong \underline{\underline{3'627{,}6 \text{ cm}^3}}$$

$$4 \cdot V_2 = 4 \cdot \frac{25 \cdot \pi \cdot \sqrt{375}}{3} = \underline{\frac{100 \cdot \pi \cdot \sqrt{375}}{3}} \cong \underline{\underline{2'027{,}9 \text{ cm}^3}}$$