Zahlenmengen

Die *Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen* enthält alle *positiven ganzen Zahlen*.

Es gilt: $\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, ... \}$, $\mathbb{N}_{\mathbf{0}} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... \}$

Die *Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen Zahlen* enthält alle *positiven und negativen ganzen Zahlen*.

Es gilt: $\mathbb{Z} = \{ ..., -3, -2, -1, \mathbf{0}, 1, 2, 3, ... \}$

Die *Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen* enthält alle *positiven und negativen ganzen Zahlen und Brüche*.

Es gilt: $\mathbb{Q} = \{ x \;\; x = \frac{a}{b} \text{ und } a, b \in Z \}$

Die Menge der natürlichen Zahlen ist eine *Teilmenge* der Menge der ganzen Zahlen. Die Menge der ganzen Zahlen wiederum ist eine Teilmenge der Menge der rationalen Zahlen.

Es gilt: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

„ist enthalten in“

Jede Zahl kann als *Element einer Zahlenmenge* angegeben werden. Man verwendet dafür das Zeichen $\in$.

Gehört eine Zahl nicht zu einer bestimmten Zahlenmenge, verwendet man das Zeichen $\notin$.

Beispiele:

$5 \in \mathbb{N}$,	$5 \in \mathbb{Z}$,	$5 \in \mathbb{Q}$
$-5 \notin \mathbb{N}$,	$-5 \in \mathbb{Z}$,	$-5 \in \mathbb{Q}$
$0{,}5 \notin \mathbb{N}$,	$0{,}5 \notin \mathbb{Z}$,	$0{,}5 \in \mathbb{Q}$

Rationale und irrationale Zahlen

Gemeine Brüche lassen sich immer in Dezimalbrüche verwandeln, doch entstehen *verschiedene Formen*. Es gibt drei Fälle:

❶ Der entstehende Dezimalbruch ist *endlich* (bricht ab).

Beispiel: $\frac{1}{8} = 0{,}125$

❷ Der entstehende Dezimalbruch ist *unendlich* (bricht nicht ab) und *periodisch* (sich regelmässig wiederholende Ziffernfolge).

Beispiele: $\frac{1}{3} = 0{,}333... = 0{,}\overline{3}$, $\frac{1}{11} = 0{,}090909... = 0{,}\overline{09}$

❸ Der entstehende Dezimalbruch ist *unendlich* und *erst von einer gewissen Stelle an periodisch*.

Beispiele: $\frac{1}{6} = 0{,}1666... = 0{,}1\overline{6}$, $\frac{1}{12} = 0{,}08333... = 0{,}08\overline{3}$

Dezimalbrüche die durch Umwandlung eines gemeinen Bruches entstanden sind gehören zu den ***rationalen** Zahlen* (Bruchzahlen).

Es gibt nun aber auch Dezimalbrüche, die *nicht abbrechend* und *nicht periodisch* sind! Diese Dezimalbrüche entstehen sehr häufig bei der Berechnung von Quadratwurzeln.

Beispiele: $\sqrt{5} = 2{,}2360679774997896964091736687312 8 ...$

$\sqrt{20} = 4{,}472135954999579392818347337462 55 ...$

→ Die entstehenden Dezimalbrüche sind **weder abbrechend noch periodisch**!

Dezimalbrüche die nicht abbrechend und nicht periodisch sind gehören zu den sogenannten ***irrationalen** Zahlen*!

Die rationalen Zahlen und die irrationalen Zahlen bilden zusammen die *Menge der **reellen Zahlen** $\mathbb{R}$*.