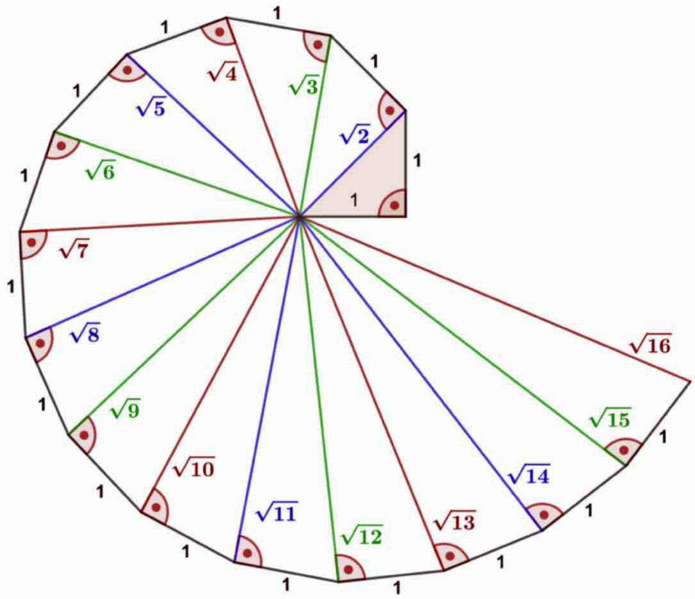
Die Schnecke des Pythagoras

Der Hauptsatz der Satzgruppe des Pythagoras kann verwendet werden, um die Wurzel aus n mit $n \in \mathbb{R}, d.h.\ \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \ldots$, zu konstruieren. Weil bei der Konstruktion der Haptsatz des Pythagoras verwendet wird, die entstandene Figur als Schnecke das Pythagoras oder Wurzelschnecke bezeichnet.

Dabei geht man von einem rechtwinkligen Dreieck mit den Kathethenlängen 1 aus. Die Hypotenuse hat dann, wegen des Hauptsatzes die Länge $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.



Die so erhaltene Hypotenuse mit der Länge $\sqrt{2}$ nehmen wir nun als Kathetenlänge für das nächste rechtwinkelige Dreieck. Über dieser Kathete zeichnen wir eine weitere Kathete mit der Länge 1. Die nächste Hypotenuse hat dann die Länge $\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+1}=\sqrt{3}$.

Diesen Prozess setzen wir beliebig oft fort. Auf diese Weise erhalten wir die in obenstehender Abbildung dargestellte Schnecke des Pythagors.

Betrachten wir von dieser Schnecke eine beliebige Zahl $\sqrt{n}$, dann ergibt sich die nächste Zahl aus:

$$\sqrt{\left(\sqrt{\mathbf{n}}\right)^{\mathbf{2}}+\mathbf{1}}=\sqrt{\mathbf{n}+\mathbf{1}}$$

Mit diesem Verfahren ließe sich prinzipiell für jede beliebige natürliche Zahl n der Wert $\sqrt{n}$ konstruieren.