

## Zugelassene Zahlen bei Termen

9 Welche Zahlen sind für  $x$  in den folgenden Bruchtermen nicht zugelassen? Begründe.

A  $\frac{3}{x}$

B  $\frac{4}{x-3}$

C  $\frac{x}{2x+5}$

D  $\frac{7}{(x-3)(x+7)}$

E  $\sqrt{4x}$

F  $\sqrt{2-x}$

G  $\sqrt{8+x}$

A  $x \neq 0$  ( Division durch 0 ist nicht definiert )

B  $x \neq 3$  ( Division durch 0 ist nicht definiert )

C  $x \neq -2,5$  ( Division durch 0 ist nicht definiert )

D  $x \neq +3; -7$  ( Division durch 0 ist nicht definiert )

E  $x \neq 0$  ( Wurzel aus negativen Zahlen nicht möglich )

F  $x \neq 2$  ( Wurzel aus negativen Zahlen nicht möglich )

G  $x \neq 8$  ( Wurzel aus negativen Zahlen nicht möglich )

# Allgemeingültige und unlösbare Gleichungen

10

Löse die Gleichungen. Was stellst du fest?

A  $2,4x - 12 = 8,4x + 42$

B  $4,5x + 8 = 2x - 9 + 2,5x$

C  $\frac{2}{6x+12} = \frac{1}{4x+6}$

D  $\frac{2}{4x+6} = \frac{1}{2x+3}$

E  $\sqrt{3-x} = -5$

F  $\frac{5x-10}{3x-6} = 8$

A 
$$\begin{array}{r} 2,4x - 12 = 8,4x + 42 \\ -12 = 6x + 42 \\ -54 = 6x \\ -9 = x \end{array} \quad \begin{array}{l} | -2,4x \\ | -42 \\ | :6 \end{array}$$

⇒  $L = \underline{\underline{\{-9\}}}$  'Lösungsmenge'

B 
$$\begin{array}{r} 4,5x + 8 = 2x - 9 + 2,5x \\ 4,5x + 8 = 4,5x - 9 \\ 8 = -9 \end{array} \quad | -4,5x$$

⇒  $L = \underline{\underline{\{\}}}$  'Leere Menge'

C 
$$\begin{array}{r} \frac{2}{6x+12} = \frac{1}{4x+6} \\ \frac{2 \cdot 1}{6 \cdot (x+2)} = \frac{1}{2 \cdot (2x+3)} \\ \frac{2 \cdot (2x+3)}{6 \cdot (x+2) \cdot (2x+3)} = \frac{3 \cdot (x+2)}{6 \cdot (x+2) \cdot (2x+3)} \quad | \cdot \text{HN} \\ 2 \cdot (2x+3) = 3 \cdot (x+2) \\ 4x+6 = 3x+6 \\ x+6 = 6 \\ x = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -3x \\ | -6 \end{array}$$

⇒  $L = \underline{\underline{\{0\}}}$

D 
$$\begin{array}{r} \frac{2}{4x+6} = \frac{1}{2x+3} \\ \frac{1 \cdot 2}{2(2x+3)} = \frac{1}{2x+3} \\ 1 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{x \neq -\frac{3}{2}} \\ | \cdot \text{HN} \end{array}$$

⇒  $L = \underline{\underline{G \setminus \{-\frac{3}{2}\}}}$  'Grundmenge', 'außer'

E 
$$\begin{array}{r} \sqrt{3-x} = -5 \\ 3-x = 25 \\ 3 = x+22 \\ -22 = x \end{array} \quad \begin{array}{l} | L^2 \\ | +x \\ | -22 \end{array}$$

⇒  $L = \underline{\underline{\{-22\}}}$

F 
$$\begin{array}{r} \frac{5x-10}{3x-6} = 8 \\ 5x-10 = 8 \cdot (3x-6) \\ 5x-10 = 24x-48 \\ 38 = 19x \\ 2 = x \end{array} \quad \begin{array}{l} | \cdot (3x-6) \\ | -5x | +48 \\ | :19 \end{array} \quad \textcircled{x \neq 2}$$

⇒  $L = \underline{\underline{\{\}}}$  (!)

# Gleichungen mit Formvariablen

6 Für die Gleichung  $8x + 12y = 100$  gilt:  $x$  und  $y$  sind natürliche Zahlen.

- A Bestimme alle möglichen Lösungen.
- B Für welche Lösung ist die Summe  $x + y$  am kleinsten?
- C Für welche Lösung ist das Produkt  $x \cdot y$  am grössten?

7 In der Gleichung  $5x + a = 128$  wird  $a$  «Formvariable» genannt.  
Je nachdem, welche Zahl man für  $a$  einsetzt, erhält man eine andere Lösung der Gleichung.

- A Finde ein  $a$  so, dass die Gleichung die Lösung  $x = 23$  hat.
- B Für welches  $a$  hat die Gleichung die Lösung  $x = -0,5$ ?
- C Für welche  $a$  hat die Gleichung natürliche Zahlen als Lösung? Beschreibe diese  $a$  durch einen allgemeinen Term.

8 Rechne mit der Gleichung  $5x + 8 = 71 + bx$ .

- A Wähle  $b$  so, dass die Gleichung die Lösung  $x = 9$  hat.
- B Für welches  $b$  hat die Gleichung die Lösung  $x = 1$ ?
- C Wähle  $b$  so, dass die Gleichung unlösbar ist.

6 A  $8x + 12y = 100 \quad | -8x$   
 $12y = 100 - 8x \quad | :12$   
 $y = \frac{100 - 8x}{12} = \frac{4 \cdot (25 - 2x)}{12} = \frac{25 - 2x}{3}$

x	y
2	7
5	5
8	3
11	1

+3 ( 2 | 7 ) -2  
 +3 ( 5 | 5 ) -2  
 +3 ( 8 | 3 ) -2  
 +3 ( 11 | 1 ) -2

B  $x = 2, y = 7 \Rightarrow x + y = 2 + 7 = \underline{9}$

C  $x = 5, y = 5 \Rightarrow x \cdot y = 5 \cdot 5 = \underline{25}$

7 A  $5x + a = 128 \quad x = 23$   
 $\Rightarrow 5 \cdot 23 + a = 128$   
 $115 + a = 128 \quad | -115$   
 $a = \underline{\underline{13}}$

B  $5x + a = 128 \quad x = -0,5$   
 $5 \cdot (-0,5) + a = 128$   
 $-2,5 + a = 128 \quad | +2,5$   
 $a = \underline{\underline{130,5}}$

C  $5x + a = 128 \quad | -$   
 $5x = 128 - a \quad | :5$   
 $x = \frac{128 - a}{5} \Rightarrow a = \underline{\underline{3; 8; 13; 18; \dots; 128}}$

8  $\rightarrow$  nächste Seite

11

Wie gross muss  $a$  jeweils sein, damit die Gleichung die Lösung  $x = 10$  hat, unlösbar oder allgemeingültig ist?  
Trage wo möglich die Ergebnisse für  $a$  in die Tabelle ein.

Gleichung	Lösung $x = 10$	unlösbar	allgemeingültig
A $x(a+1) = 5$	$a = -0,5$	$a = -1$	—
B $(a+3)x = x$	$a = -2$	—	$a = -2$
C $x(a-9) = a$	$a = 10$	$a = 9$	—
D $(a+5)x = 0$	$a = -5$	—	$a = -5$
E $ax^2 = -1$	$a = -\frac{1}{100}$	$a \geq 0$	—

8 A

$$\begin{aligned}
 5x + 8 &= 71 + b \cdot x & x &= 9 \\
 5 \cdot 9 + 8 &= 71 + b \cdot 9 \\
 45 + 8 &= 71 + 9 \cdot b \\
 53 &= 71 + 9 \cdot b & | -71 \\
 -18 &= 9 \cdot b & | :9 \\
 \underline{\underline{-2}} &= \underline{\underline{b}}
 \end{aligned}$$

B

$$\begin{aligned}
 5x + 8 &= 71 + b \cdot x & x &= 1 \\
 5 \cdot 1 + 8 &= 71 + b \cdot 1 \\
 5 + 8 &= 71 + b \\
 13 &= 71 + b & | -71 \\
 \underline{\underline{-58}} &= \underline{\underline{b}}
 \end{aligned}$$

C

$$\begin{aligned}
 5 \cdot x + 8 &= 71 + b \cdot x & | -b \cdot x \\
 5 \cdot x - b \cdot x + 8 &= 71 & | -8 \\
 5 \cdot x - b \cdot x &= 63 & \\
 x \cdot (5 - b) &= 63 & | : (5 - b) \\
 \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{\frac{63}{5 - b}}}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow b = \underline{\underline{5}} \quad (\text{ergibt eine Division durch } 0)$$