

Folgen mit rationalen Zahlen

Folge 1

$$s_1 = \frac{1}{3}$$

$$s_2 = \frac{1+3}{5+7} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$s_3 = \frac{1+3+5}{7+9+11} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

$$s_4 = \frac{1+3+5+7}{9+11+13+15} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$$

Folge 2

$$s_1 = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$s_2 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$s_3 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$s_4 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \frac{30}{60} + \frac{10}{60} + \frac{5}{60} + \frac{3}{60} = \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

Folge 3

$$s_1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{1} = \frac{1}{2} + \frac{4}{2} = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

$$s_2 = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{4}{6} + \frac{9}{6} = \frac{13}{6} = 2 \frac{1}{6}$$

$$s_3 = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{9}{12} + \frac{16}{12} = \frac{25}{12} = 2 \frac{1}{12}$$

$$s_4 = \frac{4}{5} + \frac{5}{4} = \frac{16}{20} + \frac{25}{20} = \frac{41}{20} = 2 \frac{1}{20}$$

- A Berechne jeweils die ersten vier Glieder der Folgen. Welche Gesetzmässigkeiten stellst du in den Ergebnissen fest?
 B Berechne jeweils das 5. Glied der Folgen.
 C Bestimme jeweils das 10. Glied der Folgen.
 D Beschreibe das Ergebnis des x-ten Gliedes mit Variablen.

A Folge 1: Das Resultat ist immer $\frac{1}{3}$. Folge 2: Zähler des Resultats = Gliednummer, Nenner des Resultats = Gliednummer + 1. Folge 3: Das Resultat ist immer $2 + \frac{1}{\text{Nenner 1} \cdot \text{Nenner 2}}$

B Folge 1: $s_5 = \frac{1+3+5+7+9}{11+13+15+17+19} = \frac{25}{75} = \frac{1}{3}$
 Folge 2: $s_5 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{30}{60} + \frac{10}{60} + \frac{5}{60} + \frac{3}{60} + \frac{2}{60} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$
 Folge 3: $s_5 = \frac{5}{6} + \frac{6}{5} = \frac{25}{30} + \frac{36}{30} = \frac{61}{30} = 2 \frac{1}{30}$

C Folge 1: $s_{10} = \frac{1}{3}$
 Folge 2: $s_{10} = \frac{10}{11}$
 Folge 3: $s_{10} = \frac{221}{110} = 2 \frac{1}{110}$

D Folge 1: $s_x = \frac{1}{3}$
 Folge 2: $s_x = \frac{x}{x+1}$
 Folge 3: $s_x = \frac{2 \cdot (x+1) \cdot x + 1}{(x+1) \cdot x} = 2 \frac{1}{x(x+1)}$