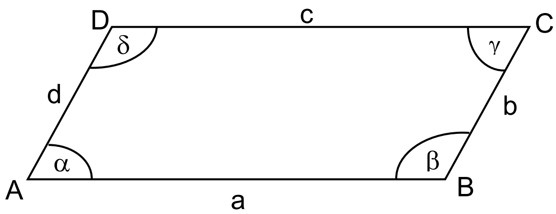
G Geometrische Berechnungen

1 Berechnungen am Parallelogramm

Ein *Parallelogramm* ist ein *Viereck*, bei welchem die zwei sich *gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang* sind.

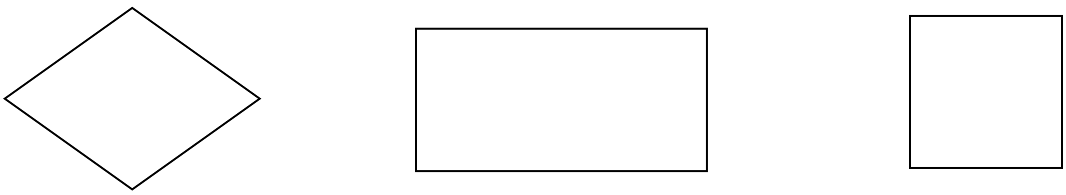


Es gilt: → $a \parallel c$ und $b \parallel d$

→ $a = c$ und $b = d$

→ $\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$

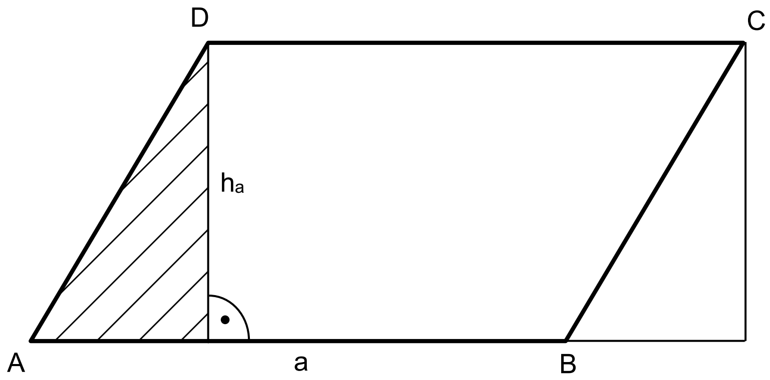
Besondere Parallelogramme sind der *Rhombus* (die Raute), das *Rechteck* und das *Quadrat*.
Der Rhombus besitzt vier gleich lange Seiten, beim Rechteck stehen die Seiten senkrecht zueinander, und das Quadrat besitzt vier gleich lange Seiten, welche senkrecht zueinander stehen.



Rhombus *Rechteck* *Quadrat*

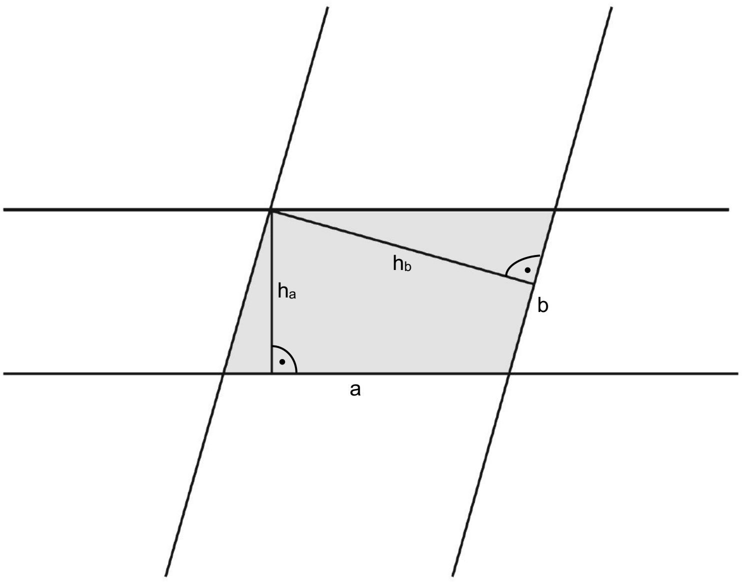
Die Formel für den *__Flächeninhalt__* eines Parallelogramms lässt sich durch eine Flächenverwandlung bestimmen.

Dabei wird das Parallelogramm in ein *__flächengleiches Rechteck__* verwandelt.



__Es gilt__:

$$\boxed{A_P = a \cdot h_a = b \cdot h_b}$$

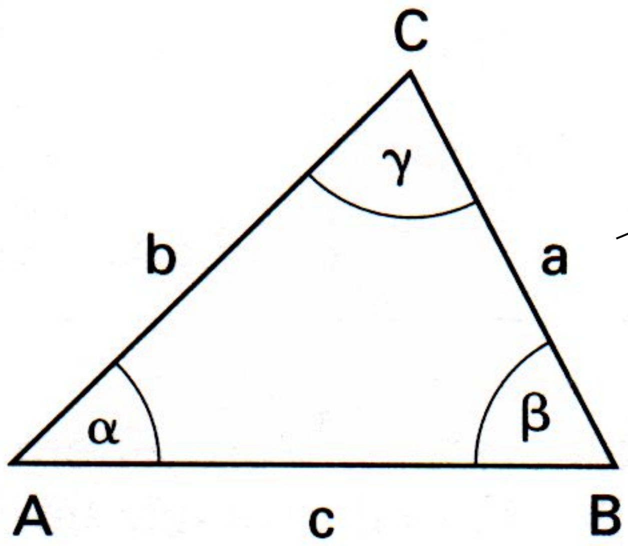


Die allgemeine Formel für den Flächeninhalt eines Parallelogramms lautet:

$$\boxed{A_P = \text{Grundlinie} \cdot \text{Höhe}}$$

2 Der Flächeninhalt von Dreiecken

Eckpunkte, *Seiten* und *Winkel* werden im Dreieck wie folgt beschriftet:



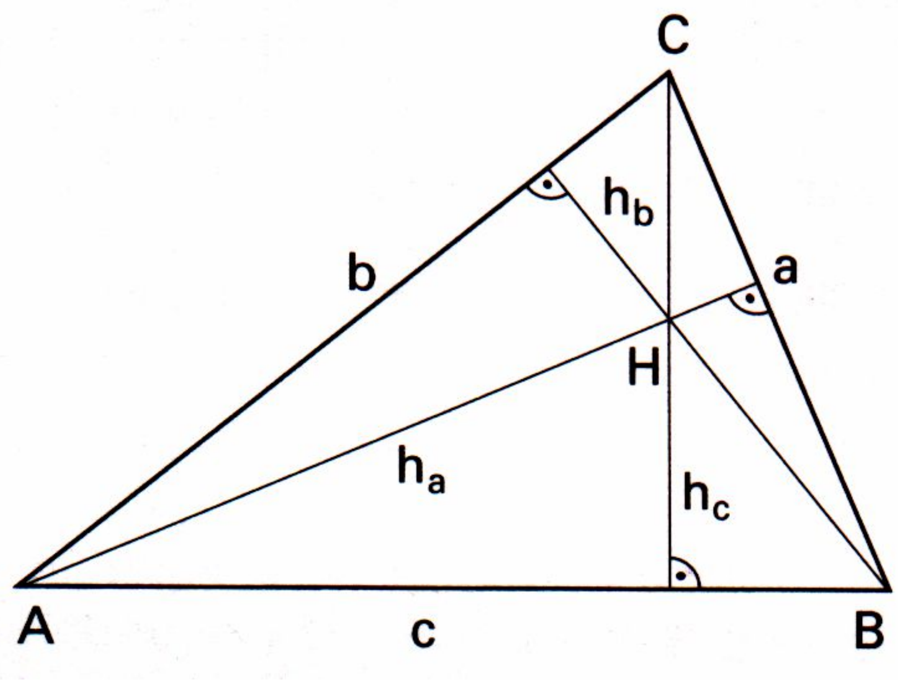
Achtung:

Seite a liegt *gegenüber* des Eckpunktes A , etc.

Achtung:

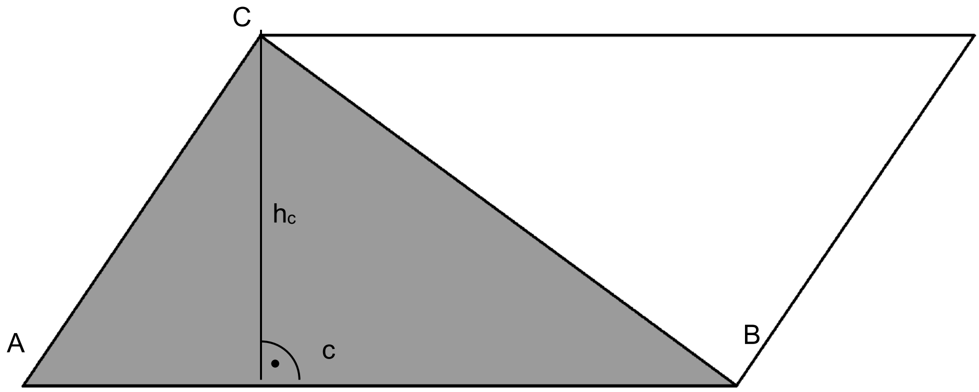
Beschriftung der Eckpunkte, Seiten und Winkel erfolgt im *Gegenuhrzeigersinn*!

Die drei Höhen h_a , h_b und h_c eines Dreiecks ABC schneiden sich in einem Punkt, dem sogenannten *Höhenschnittpunkt H*.



Die Formel für den *__Flächeninhalt__* eines Dreiecks lässt sich mit Hilfe der Flächenformel des Parallelogramms bestimmen.

Wenn das unten dargestellte Parallelogramm entlang einer *__Diagonalen__* entzweigeschnitten wird, entstehen *__zwei kongruente Dreiecke__*, d.h. zwei Dreiecke die form- und flächengleich sind.



Somit ist die Dreiecksfläche *__halb so gross__* wie die Fläche des Parallelogramms und es gilt:

$$\boxed{A_D = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2}}$$

Die allgemeine Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks lautet:

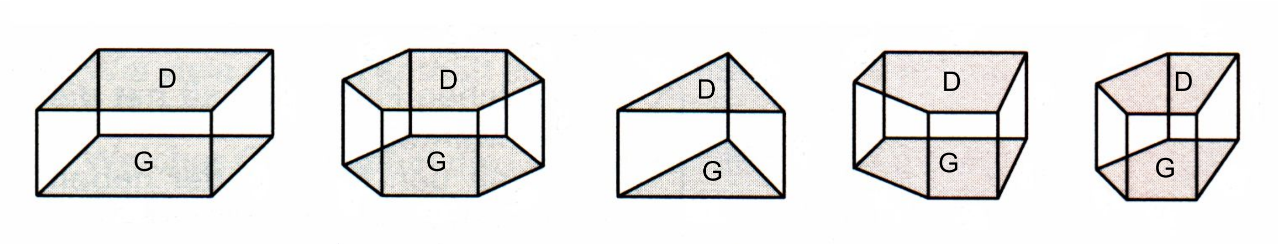
$$\boxed{A_D = \frac{\text{Grundlinie} \cdot \text{Höhe}}{2}}$$

3 Berechnungen an senkrechten Prismen

Ein *senkrechtes Prisma* ist ein *Körper*, der von *zwei parallelen und kongruenten Flächen* (der *Grund- und Deckfläche*) begrenzt wird.

Die *Seitenflächen* sind *Rechtecke*, welche *senkrecht* zu der Grund- und Deckfläche stehen. Diese Rechtecke bilden den Mantel des Prismas.

Beispiele:



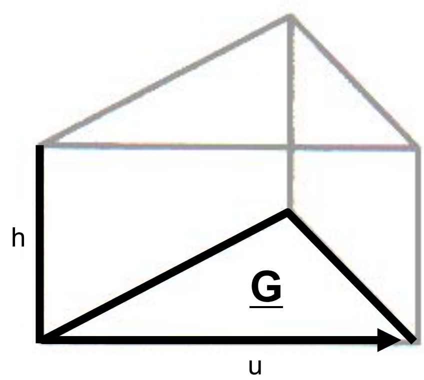
G : Grundfläche , D : Deckfläche

Es gelten folgende *Formeln* für das Prisma:

Volumen :	$V = G \cdot h$

Mantelfläche :	$M = u \cdot h$

Oberfläche :	$O = 2 \cdot G + M$



4 Beispiele für Anwendungen

Mit *praktischen Anwendungsbeispielen* werden nun die in den vorangegangenen Kapiteln erworbenen *Grundkenntnisse in geometrischen Berechnungen* angewandt.

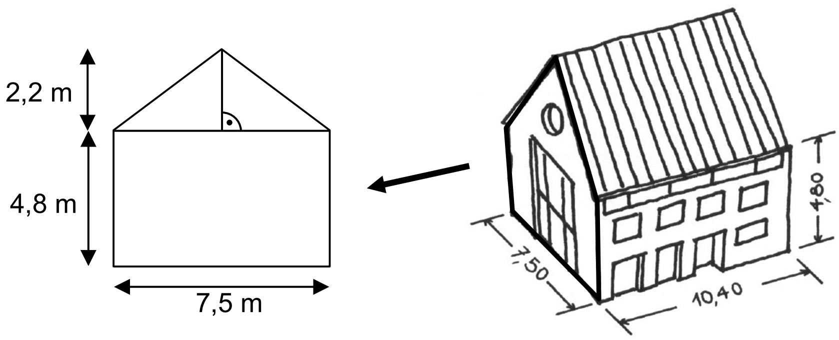
Beispiel 1: „Ein quaderförmiger Heizöltank ist 3,8 m lang, 2,75 m breit und 1,85 m hoch. Wie viele Liter Heizöl können getankt werden, wenn aus Sicherheitsgründen 6% des Raums frei bleiben müssen?"

$$V_1 = a \cdot b \cdot c = 3{,}8\text{ m} \cdot 2{,}75\text{ m} \cdot 1{,}85\text{ m}$$

$$= 19{,}3325\text{ m}^3 = 19'332{,}5\text{ dm}^3 = \underline{19'332{,}5\text{ l}}$$

$$V_2 = 0{,}94 \cdot V_1 = 0{,}94 \cdot 19'332{,}5\text{ l} = \underline{\underline{18'172{,}55\text{ l}}}$$

Beispiel 2: „Berechne das Volumen des Hauses über Boden, wenn die Gesamthöhe 7 m beträgt."



→ Körper ist ein Prisma mit einem *Fünfeck als Grundfläche* (Front des Hauses) !

$$V = G \cdot h = (a \cdot b + \frac{g \cdot h}{2}) \cdot h$$

$$= (7{,}5\text{ m} \cdot 4{,}8\text{ m} + \frac{7{,}5\text{m} \cdot 2{,}2\text{m}}{2}) \cdot 10{,}4\text{ m}$$

$$= \underline{\underline{460{,}2\text{ m}^3}}$$