F Arithmetik im Alltag

1 Prozentrechnen: Begriffe und Berechnung des Prozentwertes

Der Begriff *Prozent* ist lateinisch und heisst *von Hundert* .

1 % einer Grösse entspricht also *1 Hundertstel* dieser Grösse.

Es gilt folglich:

$$\boxed{1\,\% \quad = \quad \frac{1}{100} \quad = \quad 0{,}01}$$

Daraus folgt:

$$\boxed{100\,\% \quad = \quad \frac{100}{100} \quad = \quad 1 \quad = \quad \text{„}\textit{das Ganze}\text{“}}$$

Ein *Operatordiagramm* stellt die *Struktur des Prozentrechnens* dar :

$$\boxed{G \xrightarrow{\cdot\, p\,\%} W}$$

G : *Grundwert* (das Ganze = 100 %)

p % : *Prozentsatz*

W : Prozentwert

Die entsprechende *Gleichung* sieht wie folgt aus:

$$\boxed{G \quad \cdot \quad p\,\% \quad = \quad W}$$

- Das *Ganze*, von dem ein Teil ermittelt wird, heisst *Grundwert G* und entspricht immer *100 %*.
- Der *Teil*, der vom Ganzen ermittelt wird, heisst *Prozentwert W*.
- Der *Prozentsatz p %* gibt an, welcher *prozentuale Anteil* des Ganzen ermittelt wird.

<u>Beispiel</u>: „Von den 25 Schülern einer Klasse sind 60% Knaben. Bestimme die Anzahl der Knaben."

<u>Grundwert G</u> : 25 Schüler

<u>Prozentwert W</u> : Anzahl der Knaben (gesucht)

<u>Prozentsatz p %</u> : 60 % = 0,6

$$25 \text{ Schüler} \xrightarrow{\cdot\, 60\,\%} W$$

$$W = G \cdot p\% = 25 \text{ Schüler} \cdot 0{,}6 = \underline{\underline{15 \text{ Schüler}}}$$

<u>Promille</u>

Bei *<u>Versicherungsprämien</u>* oder Alkoholtests kommen Angaben vor, die häufig *<u>kleiner als 1 % des Grundwertes</u>* sind.

Aus diesem Grunde rechnet man dort häufig mit *<u>Tausendsteln</u>*.

Es gilt : $\boxed{\dfrac{1}{1000} = 1‰ = \underline{\textit{1 Promille}}}$

<u>Prozentangaben</u>

<u>Es gilt</u>: $25\% = \dfrac{25}{100} = 0{,}25$

<u>aber</u>: $p\% = \dfrac{p}{100} \neq \cancel{0{,}0p \text{ oder } 0{,}p}$

2 Prozentrechnen: Berechnung von Prozentsatz und Grundwert

Berechnung des Prozentsatzes

Die *Grundgleichung* des Prozentrechnens lautet:

$$\boxed{G \quad \cdot \quad p\,\% \quad = \quad W}$$

Um den *Prozentsatz p%* zu bestimmen, muss die obige Gleichung nach p% umgeformt werden. Es gilt folglich:

$$\boxed{p\,\% \quad = \quad \frac{W}{G}}$$

Beispiel: Wie viel % sind 45kg von 1'500 kg ?

G = 1’500 kg

W = 45 kg

$$p\% = \frac{W}{G} = \frac{45\text{ kg}}{1500\text{ kg}} = 0{,}03 = \underline{\underline{3\%}}$$

Bruchteile und Prozente

Prozentsätze kann man in *gemeine Brüche* verwandeln (und umgekehrt).

Beispiele:

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$$

Was ist G , was ist W ?

In einigen Aufgaben muss zuerst aufgrund des Sachverhaltes entschieden werden, welche Grösse dem *Grundwert G* und welche Grösse dem *Prozentwert W* entspricht.

Beispiel: „Christoph ist 1,80 m gross, Bettina 1,60 m. Um wie viel % ist Christoph grösser ***als*** Bettina?“

→ Was nach ‚*als*’ folgt entspricht dem Grundwert G , folglich ist der Grundwert G = 1,60 m !

G = 1,60 m

W = 1,80 m

$$p\% = \frac{W}{G} = \frac{1{,}80\text{ m}}{1{,}60\text{ m}} = 1{,}125 = \underline{112{,}5\%}$$

→ Christoph ist um $\underline{\underline{12{,}5\%}}$ grösser als Bettina.

Absolut und relativ

Beispiel: „In einer Schulklasse mit 20 Schülern wohnen 6 Schüler in Brugg.“

→ *6 Schüler* ist eine *absolute Angabe* .

→ *6 Schüler von 20 Schülern* =

$$\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\%$$

ist eine *relative Angabe* (in Bruchform und in %).

Berechnung des Grundwertes

Um den *Grundwert G* zu bestimmen, muss die Grundgleichung nach G umgeformt werden. Es gilt folglich:

$$\boxed{G = \frac{W}{p\%}}$$

Beispiel: „Eine Fabrik produziert Schrauben. 2% aller Schrauben sind unbrauchbar. Wie viele Schrauben wurden hergestellt, wenn 80 aussortiert werden mussten?“

W = 80 Schrauben

p% = 2%

$$G = \frac{W}{p\%} = \frac{80 \text{ Schrauben}}{0{,}02} = \underline{\underline{4'000 \text{ Schrauben}}}$$

3 Anwendungen des Prozentrechnens

Bei Aufgaben, in denen das Prozentrechnen zur Anwendung kommt, muss zuerst die *vorgegebene Situation* mit den *Begriffen des Prozentrechnens* (Grundwert G, Prozentwert W und Prozentsatz p%) *in Verbindung gebracht werden*.

In erster Linie stellt sich dabei die Frage, welche Grösse dem *Grundwert G* entspricht.

In den folgenden vier Sachsituationen ist es von entscheidender Bedeutung, *den verschiedenen neuen Ausdrücken die korrekten Begriffe (G, W, p%) zuordnen zu können*.

Rabatt

Das Wort *Rabatt* stammt aus dem Italienischen und bedeutet *Preisnachlass*. Damit ist ein *prozentualer Preisabschlag auf den eigentlichen Verkaufspreis* gemeint.
Rabatt wird zum Beispiel gewährt beim Bezug von grossen Mengen (*Mengenrabatt*) oder beim Verkauf von beschädigten oder auslaufenden Artikeln (*Sonderrabatt*).

Beispiel: „Auf eine leicht zekratzte Stereoanlage, welche eigentlich 2'500 Fr. kostet, gewährt der Händler 15% Rabatt.
Wie gross ist der Rabatt in Fr. und wie viel muss noch bezahlt werden?“

$G = 2'500$ Fr.
$p\% = 15\%$

$W = G \cdot p\% = 2'500 \text{ Fr.} \cdot 0{,}15 = \underline{\underline{375 \text{ Fr.}}}$

$2'500 \text{ Fr.} - 375 \text{ Fr.} = \underline{\underline{2'125 \text{ Fr.}}}$

Skonto

Das Wort *Skonto* stammt ebenfalls aus dem Italienischen und bedeutet *Abzug*.
Damit ist ein *prozentualer Abzug vom eigentlichen Rechnungsbetrag bei sofortiger Zahlung (oder innerhalb einer Frist, meistens 30 Tagen)* gemeint.

Skonto wird zum Beispiel gewährt, weil sich der Händler bei prompter Bezahlung *Umtriebe erspart* (*Mahnungen*) und dafür den Kunden belohnt.

Beispiel: „Ein Autohändler gewährt einem Käufer 3% Skonto auf den Verkaufspreis von 22'500 Fr., wenn er bar bezahlt.
Wie gross ist der Skonto und wie lautet der neue Preis?“

G = 22'500 Fr.
p% = 3%

W = G · p% = 22'500 Fr. · 0,03 = 675 Fr.

22’500 Fr. – 675 Fr. = 21'825 Fr.

Brutto, Netto, Tara

Die Begriffe *Brutto, Netto und Tara* stammen auch aus dem Italienischen und bedeuten *roh, rein und Abzug*.

Bei *Warensendungen* heisst das Gesamtgewicht *Bruttogewicht*, das Gewicht der Ware allein *Nettogewicht* und das Gewicht der Verpackung allein Taragewicht.

Es gilt:

- Bruttogewicht = 100%
- Brutto = Netto + Tara

Im Zusammenhang mit <u>*Geld*</u> spricht man auch von

- *Brutto- und Nettoeinnahmen* (mit und ohne Abzug der Unkosten),
- *Brutto- und Nettolohn* (mit und ohne Sozialabzüge),
- *Brutto- und Nettopreis* (vor und nach Abzug des Rabatts).

Beispiele: „Eine Warensendung wiegt brutto 27 kg.
Wie viel wiegt die Verpackung, wenn die Tara 10% beträgt, und wie gross ist das Nettogewicht?"

$G = 27\ \text{kg}$
$p\% = 10\%$

$W = G \cdot p\% = 27\ \text{kg} \cdot 0{,}1 = \underline{\underline{2{,}7\ \text{kg}}}$

$27\ \text{kg} - 2{,}7\ \text{kg} = \underline{\underline{24{,}3\ \text{kg}}}$

„Der Bruttolohn von Herrn Müller beträgt 5'400 Fr.
Wie gross ist sein Nettolohn, wenn die Sozialabzüge 12% betragen?"

$G = 5'400\ \text{Fr.}$
$p\% = 100\% - 12\% = 88\%$

$W = G \cdot p\% = 5'400\ \text{Fr.} \cdot 0{,}88 = \underline{\underline{4'752\ \text{Fr.}}}$

Selbstkosten, Erlös (Verkaufspreis), Gewinn, Verlust

Bevor ein Händler eine Ware verkauft, berechnet er die *eigenen Kosten* (Ankaufspreis, Produktionskosten, Miete, Löhne, Versicherungen, ...).
Diese Kosten nennt man *Selbstkosten*.

Den *Preis*, den er beim *Verkauf der Ware* erzielt, nennt man *Erlös* oder *Verkaufspreis*.
Es ist der Geldbetrag, den der Händler für die verkaufte Ware erhält.

Ist der *Erlös einer Ware höher als die Selbstkosten*, wird ein *Gewinn* erzielt.

Ist der *Erlös einer Ware niedriger als die Selbstkosten*, wird ein *Verlust* gemacht.

Es gilt:

- Selbstkosten = 100%
- Selbstkosten + Gewinn = Erlös
- Selbstkosten - Verlust = Erlös

Beispiel: „Ein Goldschmied hat eine Goldkette hergestellt und ausgerechnet, dass sein Selbstkostenpreis 3'000 Fr. beträgt.
Wie gross ist der Erlös, wenn er die Kette mit 20% Gewinn verkauft?“

$G = 3'000$ Fr.
$p\% = 120\%$

$W = G \cdot p\% = 3'000 \text{ Fr.} \cdot 1{,}2 = \underline{\underline{3'600 \text{ Fr.}}}$

4 Fremde Währungen

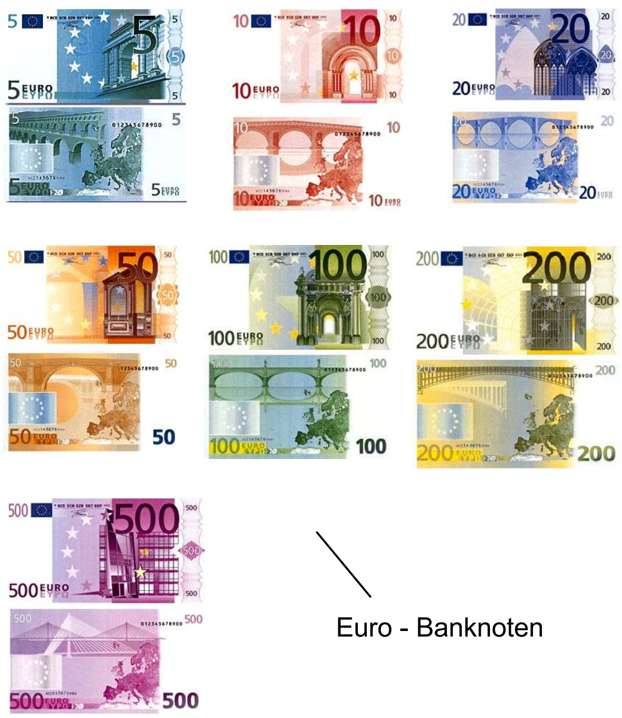
Jeder Staat besitzt sein eigenes *Geldsystem*. Geld wird von einer hierzu ermächtigten *Bank* ausgegeben und ist gesetzliches *Zahlungsmittel*. Dieses gesetzliche Zahlungsmittel eines Landes bezeichnet man als *Währung*.

Die Währung in der Schweiz ist *Franken* (Fr.) bzw. *Rappen* (Rp.), wobei *1 Fr. = 100 Rp.* ist.

Wechselt man Geld von einer Währung in eine andere, braucht man einen sogenannten *Wechselkurs*. Der Wechselkurs drückt aus, in welchem Verhältnis sich eine nationale Währung gegen eine andere austauscht. Wechselkurse ändern täglich und können bei Banken, in der Zeitung oder im Internet nachgelesen werden.

Wechselkurstabelle:

Belgien , Euro	**1 €**	1.467
Deutschland , Euro	**1 €**	1.467
Finnland , Euro	**1 €**	1.467
Frankreich , Euro	**1 €**	1.467
Griechenland , Euro	**1 €**	1.467
Irland , Euro	**1 €**	1.467
Italien , Euro	**1 €**	1.467
Luxemburg , Euro	**1 €**	1.467
Niederlande , Euro	**1 €**	1.467
Oesterreich , Euro	**1 €**	1.467
Portugal , Euro	**1 €**	1.467
Spanien , Euro	**1 €**	1.467
USA , Dollar	1 USD	1.794
Japan , Yen	100 JPY	1.496
Grossbritannien , Pfund	1 GBP	2.487
Kanada , Dollar	1 CAD	1.181



Euro - Banknoten

Land , Währung

Anzahl Einheiten der Fremdwährung und Währungsabkürzung

Wechselkurs (in CHF)

Beispiele:
- 1 Euro kostet gemäss obigem Wechselkurs etwa 1,467 CHF.
- 1 USD kostet etwa 1,79 CHF.

5 Mittelwert und Zentralwert

Will man *Messreihen* (z.B. Noten) vergleichen, so berechnet man deren *Mittelwert* $\bar{x}$.

Unter dem Begriff *Mittelwert zweier oder mehrerer Zahlen* versteht man das *arithmetische Mittel*. Der Mittelwert ist also gleich der *Summe aller Einzelwerte einer Messreihe, dividiert durch die Anzahl der Einzelwerte*.

Beispiel: Zwei Schüler vergleichen ihre bisherigen Mathematiknoten.

Felix weist folgende Noten auf: 4,6 / 4,2 / 3,8 / 5,3 / 5,0 / 4,1 .

Hans-Ueli fehlte bei einer Probe und hat folglich eine Note weniger: 5,2 / 4,9 / 3,2 / 3,4 / 5,8.

Um die Leistungen der beiden Schüler anhand der Noten miteinander vergleichen zu können, berechnet man je den Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{4{,}6 + 4{,}2 + 3{,}8 + 5{,}3 + 5{,}0 + 4{,}1}{6} = \underline{\underline{4{,}5}}$$

$$\bar{x} = \frac{5{,}2 + 4{,}9 + 3{,}2 + 3{,}4 + 5{,}8}{5} = \underline{\underline{4{,}5}}$$

Fazit: Da die Mittelwerte identisch sind, sind ihre bisherigen Leistungen gleichwertig!

Werden die Einzelwerte einer Messreihe zuerst *<u>der Grösse nach geordnet</u>*, entsteht eine "Rangliste".

Der *<u>Wert in der Ranglistenmitte</u>* heisst *<u>Zentralwert $\tilde{x}$</u>*.

<u>Er weicht bei derselben Messreihe meistens vom Mittelwert ab !</u>

Bei einer *<u>geraden Anzahl von Einzelwerten</u>* ergibt sich der Zentralwert aus dem *<u>Mittelwert der beiden benachbarten Einzelwerte in der Ranglistenmitte</u>*!

<u>Beispiel</u>: Es soll nun für die beiden Notenreihen von vorher der jeweilige Zentralwert berechnet werden.

Zuerst werden die beiden Notenreihen der Grösse nach geordnet.

Felix : 3,8 / 4,1 / 4,2 / 4,6 / 5,0 / 5,3

$$\tilde{x} = \frac{4{,}2 + 4{,}6}{2} = \underline{\underline{4{,}4}}$$

Hans-Ueli : 3,2 / 3,4 / 4,9 / 5,2 / 5,8

$$\tilde{x} = \underline{\underline{4{,}9}}$$

<u>Fazit</u> : Die beiden Zentralwerte sind verschieden und weichen auch von dem gemeinsamen Mittelwert ab!