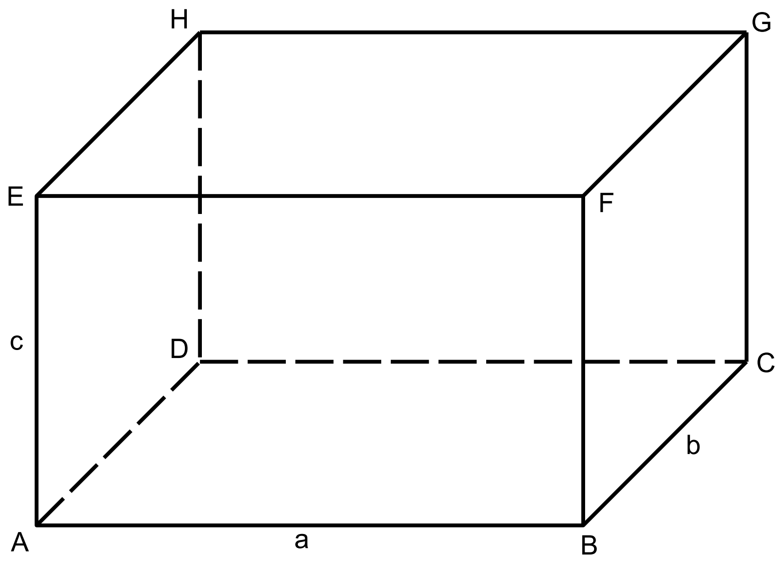
F Raummessung und Raumberechnung

1 Quader und Würfel

Der *Quader* ist ein *Körper*, welcher von *drei Paaren kongruenter* (form- und flächengleicher) *und paralleler Rechtecke* begrenzt wird.

Der Quader wird wie folgt beschriftet:



Achtung:

Die Beschriftung der Eckpunkte erfolgt im *Gegenuhrzeigersinn*, zuerst in der *Grundfläche*, dann in der *Deckfläche*!

a : Länge des Quaders

b : Breite des Quaders

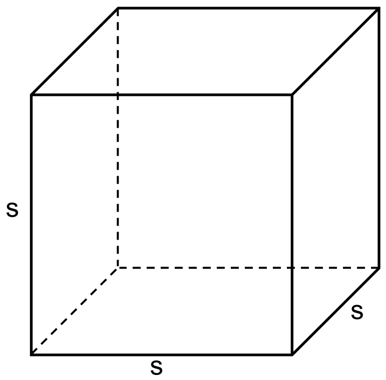
c : Höhe des Quaders

Die obige Darstellung des *dreidimensionalen Quaders* auf dem *zweidimensionalen Zeichenblatt* nennt man *Schrägbild*.

Im Schrägbild erscheint die *vordere Seitenfläche des Quaders als unverkürztes Rechteck*. Die *Breite* hingegen wird in einem *Winkel von 45°* zur Länge abgetragen und *halbiert*.

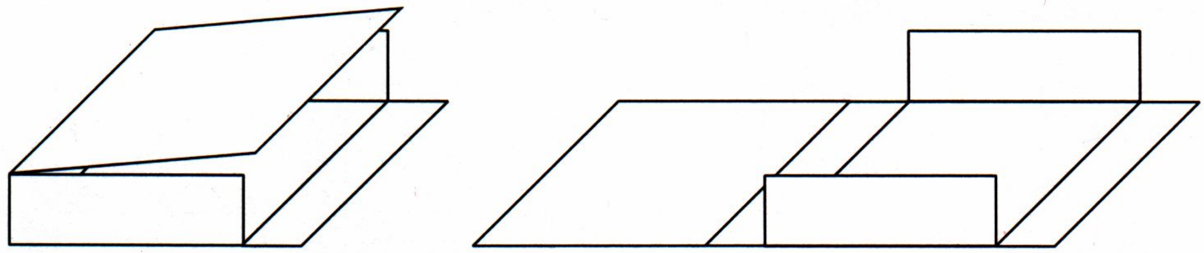
Die unsichtbaren Kanten werden *gestrichelt* gezeichnet!

Der *Würfel* ist ein besonderer Quader. Er wird von *sechs kongruenten Quadraten* begrenzt.

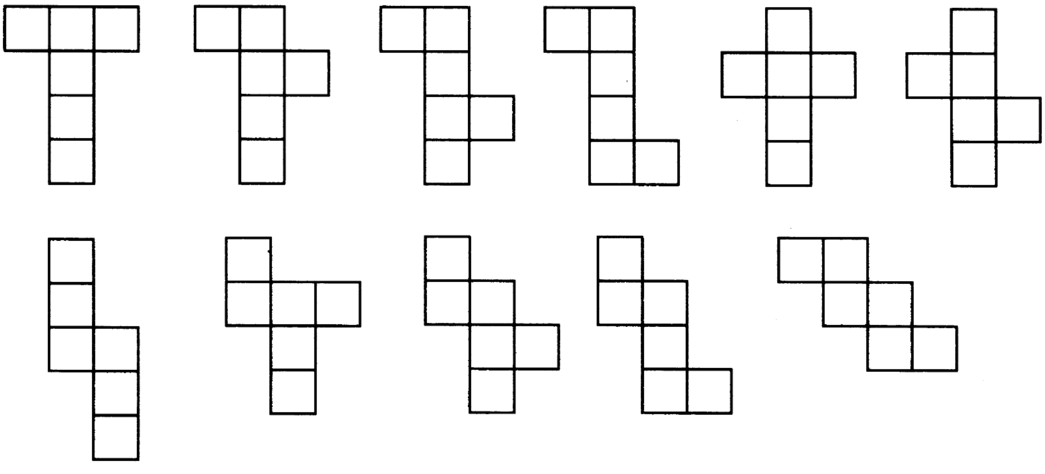


Für die Kantenlänge des Würfels wird meistens der *Kleinbuchstabe s* verwendet.

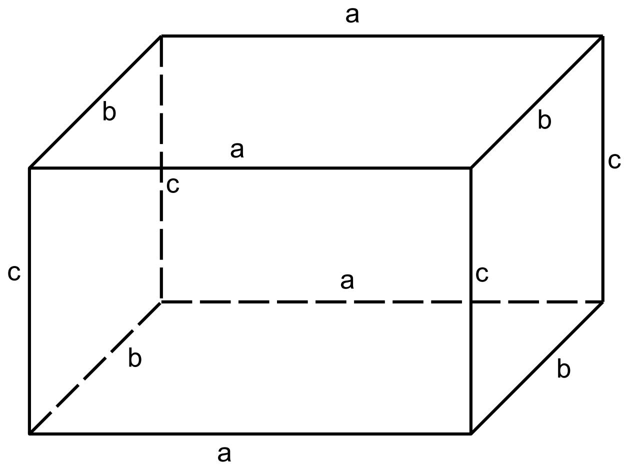
Schneidet man ein Quadermodell entlang seiner *Kanten* auf und breitet sämtliche Seitenflächen *aneinanderhängend* in der Ebene aus, erhält man das *Netz* oder die *Abwicklung* eines Quaders.



Beim *Würfel* gibt es genau *11 verschiedene Netze*:



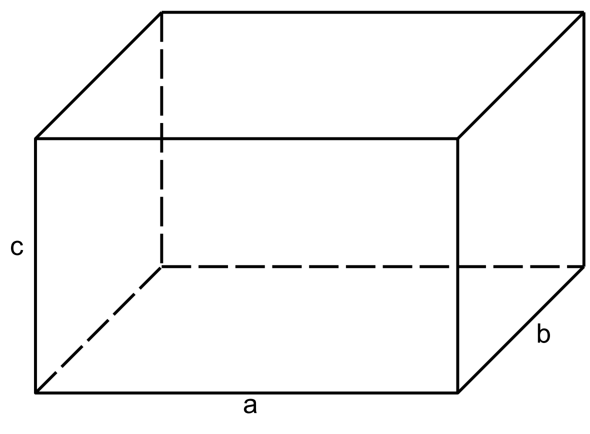
Der Quader besitzt *12 Kanten*, wobei *jeweils 4 Kanten parallel und gleich lang* sind.



Die *Kantenlänge k* des Quaders beträgt:

$$\boxed{k = 4 \cdot (a + b + c)}$$

Der Quader besitzt *6 Begrenzungsflächen*, wobei *jeweils 2 Flächen parallel und kongruent* sind.



Die *Oberfläche O* des Quaders beträgt:

$$\boxed{O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)}$$

2 Die Raummasse

So wie Längen mit *Längeneinheiten* und Flächen mit *Flächeneinheiten* gemessen werden, wird der *Rauminhalt* oder das *Volumen* von Körpern mit *Raumeinheiten* gemessen.

Diese Raumeinheiten sind *Würfel* mit den Einheitsstrecken *1 mm*, *1 cm*, *1 dm*, *1 m* oder *1 km* als *Kantenlänge*.

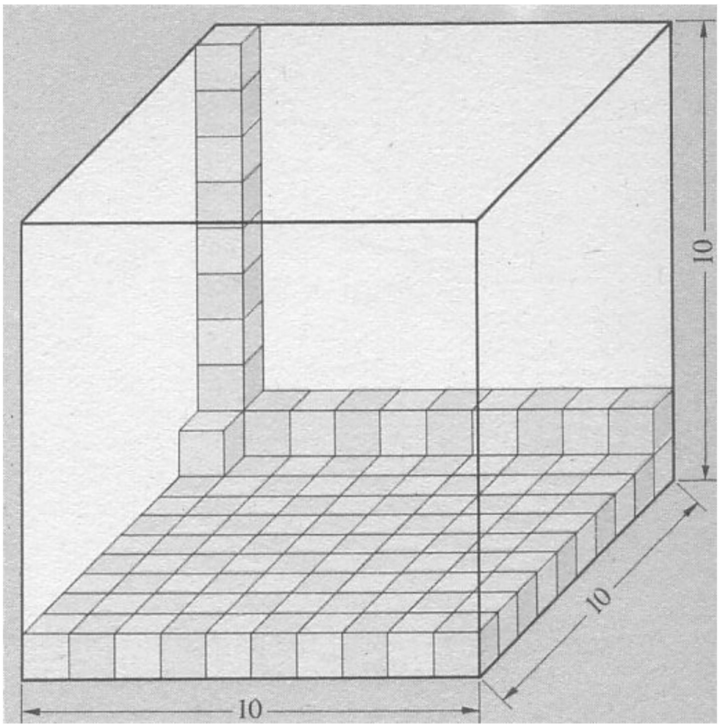
Hat ein Würfel die Kantenlänge : 1 mm , 1 cm , 1 dm , 1 m , 1 km ,

so heisst sein Rauminhalt : 1 mm^3 , 1 cm^3 , 1 dm^3 , 1 m^3 , 1 km^3 .

(1 mm^3 wird gelesen als „1 *Kubikmillimeter*")

Die *Umwandlungszahl* bei den *Raumeinheiten* ist *1'000* !

(→ 10 · 10 · 10 = 1'000)



Es gilt:

1 cm^3 = 1'000 mm^3

1 dm^3 = 1'000 cm^3

1 m^3 = 1'000 dm^3

Der Rauminhalt *sehr grosser Körper* (z.B. Planeten) wird auch in *km^3* angegeben, wobei gilt:

1 km^3 = 1'000 m · 1'000 m · 1'000 m = 1'000'000'000 m^3 = 10^9 m^3 .

Hohlmasse

Zum Messen von *Flüssigkeiten* werden die sogenannten *Hohlmasse* verwendet.

Das Hohlmass gibt den Rauminhalt an, welchen eine Flüssigkeit einnimmt.

Hohlmasse sind der *Milliliter* (ml) , der *Zentiliter* (cl) , der *Deziliter* (dl) , der *Liter* (l) und der *Hektoliter* (hl).

Es gilt :

1 cl = 10 ml

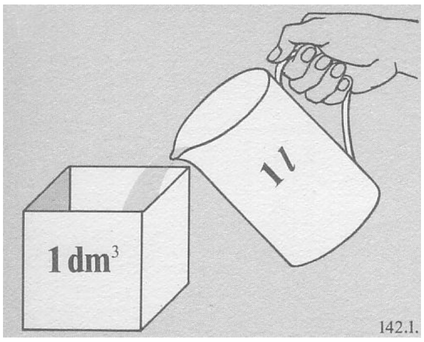
1 dl = 10 cl

1 l = 10 dl

1 hl = 100 l

Raummasse und *Hohlmasse* können *ineinander umgewandelt* werden.

Es gilt : $\boxed{\mathbf{1\ dm^3 = 1\ l}}$



Beispiele: 1 dl = *0,1 l* = *0,1 dm^3* = 100 cm^3

1 m^3 = *1'000 dm^3* = *1'000 l* = 10 hl

3 Dezimale Schreibweise der Raummasse

In vielen Aufgaben sind die gegebenen *Raumangaben* in *verschiedenen Masseinheiten* geschrieben.

Da das *Operieren mit Rauminhalten* oft nur möglich ist, wenn *alle Angaben in derselben Masseinheit* stehen, müssen die *verschiedenen Raumeinheiten umgewandelt* werden können, d.h. in grösseren und kleineren Raumeinheiten angegeben werden können!

Dies erfolgt mit Hilfe einer *Umwandlungstabelle*, in welcher der *gegebene Rauminhalt zuerst korrekt in die Spalten eingetragen wird* (eine Spalte enthält immer 3 Ziffern, da die Umwandlungszahl bei Raumeinheiten 1’000 ist!).

Danach kann der gegebene Rauminhalt durch *Verschieben des Kommas nach rechts oder links* problemlos in *kleineren oder grösseren Raumeinheiten* angegeben werden.

Umwandlungstabelle (Beispiele):

Rauminhalt	m^3	dm^3	cm^3	mm^3	Dezimale Schreibweise(n)
1 m^3 =	001	000	000	000	= 1'000 dm^3 = 1'000'000 cm^3 = ...
1 mm^3 =	000	000	000	001	= 0,001 cm^3 = 0,000001 dm^3 = ...
980 dm^3 =	000	980	000	000	= 0,98 m^3 = 980'000 cm^3 = ...
5'840 cm^3 =	000	005	840	000	= 0,00584 m^3 = 5,84 dm^3 = ...
0,012 m^3 =	000	012	000	000	= 12 dm^3 = 12'000 cm^3 = ...
20'508 mm^3 =	000	000	020	508	= 20,508 cm^3 = 0,020508 dm^3 = ...
2 m^3 3 dm^3 =	002	003	000	000	= 2,003 m^3 = 2'003 dm^3 = ...
1 dm^3 2 cm^3 34 mm^3 =	000	001	002	034	= 1,002034 dm^3 = 1'002,034 cm^3 = ...

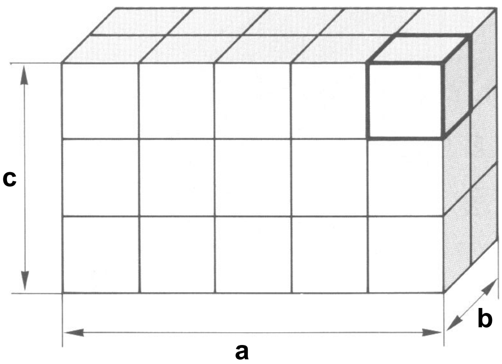
4 Rauminhalt von Quadern

Der *Rauminhalt* oder das *Volumen* eines Quaders berechnet sich nach folgender Formel:

$$\boxed{V = a \cdot b \cdot c}$$

a : Länge des Quaders
b : Breite des Quaders
c : Höhe des Quaders

Beispiel: „Berechne das Volumen eines Quaders mit den Massen a = 5 cm , b = 2 cm und c = 3 cm.“



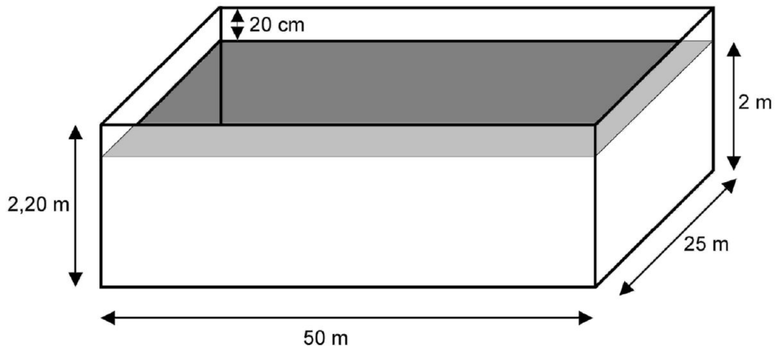
$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$= 5\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{30\text{ cm}^3}}$$

Anwendungen

Beispiel: „Ein quaderförmiges Schwimmbad ist 50 m lang, 25 m breit und 2,20 m tief.
Wie viele Liter Wasser sind notwendig, um das Becken bis 20 cm unter den oberen Rand zu füllen?“



$$V_{Wasser} = a \cdot b \cdot c$$
$$= 50\text{ m} \cdot 20\text{ m} \cdot 2\text{ m}$$
$$= \underline{2'000\text{ m}^3}$$
$$= \underline{2'000'000\text{ dm}^3}$$
$$= \underline{\underline{2'000'000\text{ l}}}$$