A Unsere Zahlen

1 Zahlen und Platzhalter für Zahlen

Aufbau einer Zahl

Eine *Zahl* besteht aus einzelnen Zeichen, den *Ziffern*.
Die Zahl 28 besteht beispielsweise aus den Ziffern 2 und 8.

Um alle Zahlen schreiben zu können, braucht es 10 Ziffern:

0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9

Zahlenfolgen

Eine beliebige Folge von Zahlen heisst *Zahlenfolge*.
Die einzelnen Zahlen einer solchen Folge heissen *Glieder*.
Zahlenfolgen sind für uns nur dann von Interesse, wenn sich ihre Glieder nach einer *Gesetzmässigkeit* folgen.

Beispielsweise ist die *Sechserreihe* eine solche Zahlenfolge:
6 , 12 , 18 , 24 , ...

Weitere Beispiele von Zahlenfolgen:

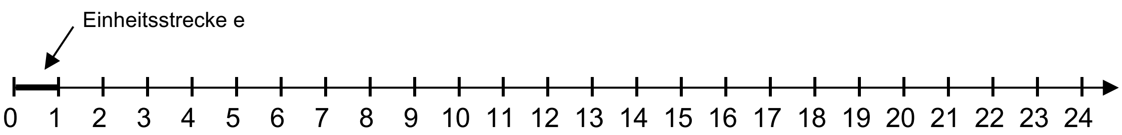
a.) 3 , 6 , 9 , 12 , ... Gesetzmässigkeit: + 3

b.) 1 , 2 , 4 , 7 , 11 , ... Gesetzmässigkeit: +1 , + 2 , + 3 , ...

c.) 5 , 9 , 12 , 16 , 19 , ... Gesetzmässigkeit: + 4 , + 3 , + 4 , + 3 , ...

Der Zahlenstrahl

Auf einem Zahlenstrahl (gerade Linie mit Einteilung) lassen sich Zahlen abbilden.
Der Abstand zwischen zwei benachbarten Zahlen heisst *Einheitsstrecke e*.
Die gewählte Einheitsstrecke (z.B. 1cm) bleibt auf dem gezeichneten Zahlenstrahl immer gleich lang!



Für unmittelbar benachbarte Zahlen gelten folgende Begriffe:

2 ist der *Vorgänger* von 3 , 3 ist der *Nachfolger* von 2.
8 ist der *Vorgänger* von 9 , 9 ist der *Nachfolger* von 8.

Variable (Platzhalter)

In der Aufgabe $15 + ? = 40$ steht das Fragezeichen stellvertretend für eine gesuchte Zahl.
Anstelle des Fragezeichens verwenden wir in der Mathematik *Kleinbuchstaben* (z.B. x, y, z). Diese sogenannten Platzhalter für eine Zahl nennt man *Variablen*.
Die obige Aufgabe wird folglich notiert als:

$15 + x = 40$, wobei $x = 25$ ist.

Wird eine Zahl mit einer Variablen multipliziert (malgenommen), wird das Malzeichen weggelassen. Es gilt beispielsweise: $3 \cdot y = 3y$.

Term

Gebilde aus Zahlen und/oder Variablen nennt man *Terme*.
Beispiele dafür sind:

$47 - 12$, $6 \cdot x$, $8a + 3b - 9$, $8x : y$.

Für die Variablen kann man Zahlen einsetzen. Wählt man im dritten Beispiel für $a = 7$ und für $b = 2$, erhält man:

$8a + 3b - 9 = 8 \cdot 7 + 3 \cdot 2 - 9 = 56 + 6 - 9 = \underline{53}$.

2 Dezimalbrüche: Stellenwerte rechts von den Einern

Das Stellenwertsystem

Das *Stellenwertsystem* ist ein System zur Darstellung von Zahlen durch Ziffern. Der Wert einer Ziffer hängt dabei von der Stelle (Position) innerhalb der Zahl ab.

Beispiel: In der Zahl 47 hat die Ziffer 7 den Wert 7, da sie an der sogenannten *Einerstelle* steht, die Ziffer 4 hingegen hat den Wert 40, da sie an der *Zehnerstelle* steht.

Dieses Stellenwertsystem nennt man *Dezimalsystem* (Zehnersystem), da der Wert der Ziffern nach links jeweils zehnmal grösser wird.

In einer *Stellenwerttafel* lassen sich die *natürlichen Zahlen* (0, 1, 2, 3, 4, ...) darstellen.

Beispiel: a.) 8'047 b.) 41'903 c.) 110'755 d.) 3'066'294

Stellenwerte	Millionen	Hunderttausender	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
(Abkürzung)	**M**	**HT**	**ZT**	**T**	**H**	**Z**	**E**
a.)				8	0	4	7
b.)			4	1	9	0	3
c.)		1	1	0	7	5	5
d.)	3	0	6	6	2	9	4

Die Stellenwerttafel des Dezimalsystems kann nach *rechts* erweitert werden, indem die Einer 10-mal kleiner gemacht werden. Dies ergibt *Zehntel*. Diese neue Einheit wird wiederum 10-mal kleiner gemacht. Dies ergibt *Hundertstel*. Auf diese Weise erhält man die Einheiten rechts von den Einern.

Beispiel: a.) 1**,**204 b.) 7**,**205843 c.) 0**,**002 d.) 8**,**07043

Die Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, ... werden von den Ganzen durch ein ***Komma*** abgetrennt!

Stellenwerte	Einer	Zehntel	Hundertstel	Tausendstel	Zehntausendstel	Hunderttausendstel	Millionstel
(Abkürzung)	**E**	**z**	**h**	**t**	**zt**	**ht**	**m**
a.)	1	2	0	4			
b.)	7	2	0	5	8	4	3
c.)	0	0	0	2			
d.)	8	0	7	0	4	3	

Diese Zahlen (z.B. 1,204) nennt man *Dezimalzahlen* oder *Dezimalbrüche*. Die Stellen rechts vom Komma nennt man *Dezimalen*. Bei der Zahl 1,204 sind es 3 Dezimalen: 2 (Zehntel), 0 (Hundertstel) und 4 (Tausendstel).

Dezimalbrüche vergleichen

Mit Hilfe des Stellenwertsystems können wir Dezimalbrüche miteinander vergleichen.
Dazu zerlegen wir die Dezimalbrüche in ihre *dekadischen Einheiten* (z.B. E, z, h, ...) und vergleichen *Stelle um Stelle*.

Beispiel: Wir vergleichen 4,5678 mit 4,5687:

4,5678 = 4 E + 5 z + 6 h + 7 t + 8 zt
4,5687 = 4 E + 5 z + 6 h + 8 t + 7 zt

Folgerung: 4,5687 **>** 4,5678 .

„**>**“ bedeutet „*ist grösser als*“

Nullen als Dezimalen

Nullen rechts des Kommas sind *zwingend erforderlich*, wenn *nach der Null (oder den Nullen) weitere zählende Einheiten* kommen.

Beispiele: 5,0**3** ; 0,00**8** ; 12,60**4**0**8**.

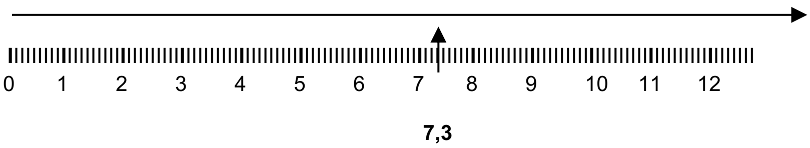
Nullen rechts des Kommas sind *unnötig*, wenn *hinter ihnen keine zählenden Einheiten* mehr auftauchen.

Beispiele: 3,5**000** = 3,5 ; 0,05**0** = 0,05 ; 5,832**00** = 5,832.

Dezimalzahlen auf dem Zahlenstrahl darstellen

Dezimalzahlen können auf dem *Zahlenstrahl* dargestellt werden, indem die Einheitsstrecke e (z.B. e = 1cm) in 10 / 100 / ... kleinere, gleich lange Abschnitte unterteilt wird.

Beispiel:



3 Grössen in dezimaler Schreibweise

Die Längeneinheiten

Die Normeinheit für die Längenmessung ist der *Meter* (m).
Für bestimmte Streckenlängen ist die Einheit 1m unpraktisch. Deshalb gibt es *kleinere* und *grössere Einheiten*, welche alle vom Meter abgeleitet werden.

Es gilt:

		1 mm	*(Millimeter)*
10 mm	=	1 cm	*(Zentimeter)*
10 cm	=	1 dm	*(Dezimeter)*
10 dm	=	1 m	*(Meter)*
10 m	=	1 dam	*(Dekameter)*
10 dam	=	1 hm	*(Hektometer)*
10 hm	=	1 km	*(Kilometer)*

(*Deka- und Hektometer* sind Einheiten, die in der Praxis kaum mehr verwendet werden)

Darstellung von Längen mit Dezimalbrüchen bzw gemeinen Brüchen

Beispiele:

Dezimalbruch gemeiner Bruch

1. $1\text{mm} = 0{,}1\text{cm} = \frac{1}{10}\text{cm} = 0{,}01\text{dm} = \frac{1}{100}\text{dm} = 0{,}001\text{m} = \frac{1}{1'000}\text{m}$

2. $1\text{km} = (10\text{hm} = 100\text{dam}) = 1'000\text{m} = 10'000\text{dm} = 100'000\text{cm} = 1'000'000\text{mm}$

3. $0{,}03\text{m} = \frac{3}{100}\text{m} = 0{,}3\text{dm} = \frac{3}{10}\text{dm} = 3\text{cm} = 30\text{mm}$

4. $\frac{245}{1'000}\text{km} = 0{,}245\text{km} = 245\text{m}$

5. $5\text{m}8\text{dm} = 5{,}8\text{m}$

6. $6\text{dm}3\text{mm} = 6{,}\underline{\mathbf{0}}3\text{dm}$!

7. $2\frac{3}{10}\text{m} = 2{,}3\text{m} = 23\text{dm}$

8. $5\frac{1}{4}\text{km} = 5{,}25\text{km} = 5'250\text{m}$

Unsere Geldeinheit

Die Grundeinheit unserer Währung ist der *Schweizer Franken* *(CHF / sfr. / Fr.)* .

Es gilt:

1 Fr. = 100 Rp. (Rappen)

Geldbeträge gibt man in der *Dezimalschreibweise* oder als *gemischtes Mass* an.

Beispiel: 15,85 Fr. = 15 Fr. 85 Rp. .

Dezimalschreibweise / Gemischtes Mass

Die Gewichtseinheiten

Die Grundeinheit für die Gewichtsmessung ist das *Kilogramm (kg)*.

Um verschieden grosse Gewichte angeben zu können, gibt es grössere und kleinere Einheiten.

Es gilt:

		1 mg	*(Milligramm)*
1’000 mg	=	1 g	*(Gramm)*
1’000 g	=	1 kg	*(Kilogramm)*
1’000 kg	=	1 t	*(Tonne)*

Gewichte können verschieden notiert werden!

Beispiele:

1. 1'500 g = 1,5 kg = 1 kg 500 g = $1\frac{1}{2}$ kg
2. 2 t 84 kg = 2'084 kg = 2,084 t
3. $3\frac{3}{4}$ kg = 3,75 kg = 3'750 g = 3 kg 750 g