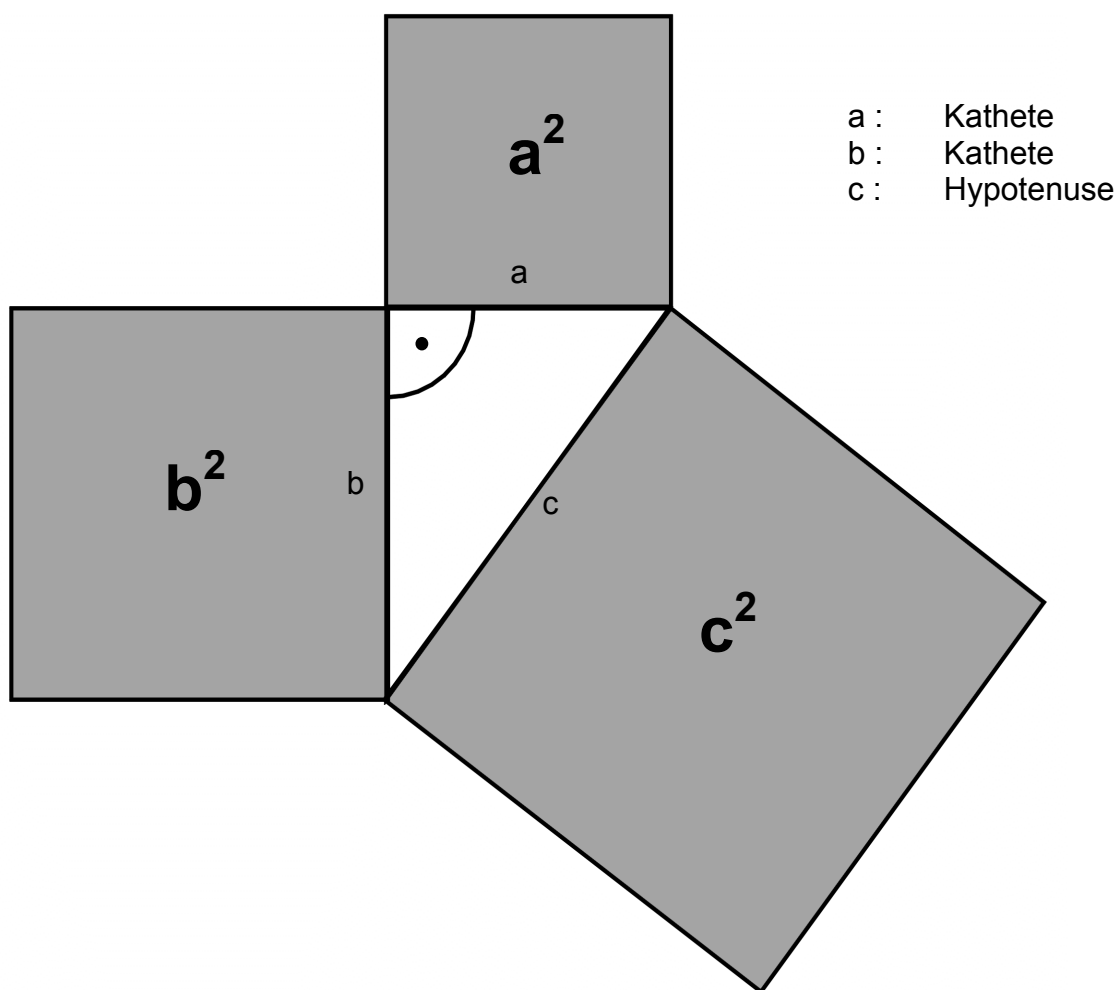


Der Satz des Pythagoras

Dieser berühmte Lehrsatz der Mathematik soll der Geschichtsschreibung nach von Pythagoras von Samos (580 – 500 v.Chr.) entdeckt worden sein.

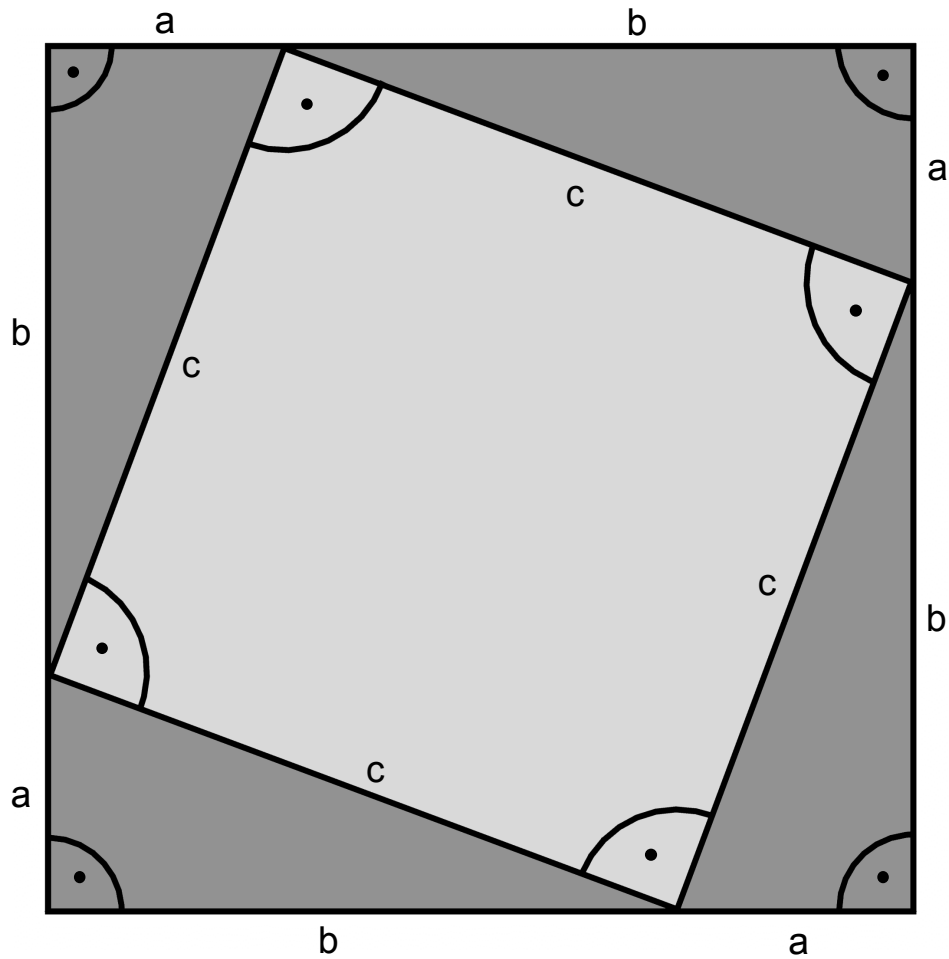
Der Satz besagt, dass in einem rechtwinkligen Dreieck die Summe der beiden Katheten-Quadrate gleich dem Quadrat der Hypotenuse ist.



Es gilt also:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Beweis:



Die Fläche des grossen Quadrates lässt sich auf zwei Arten berechnen:

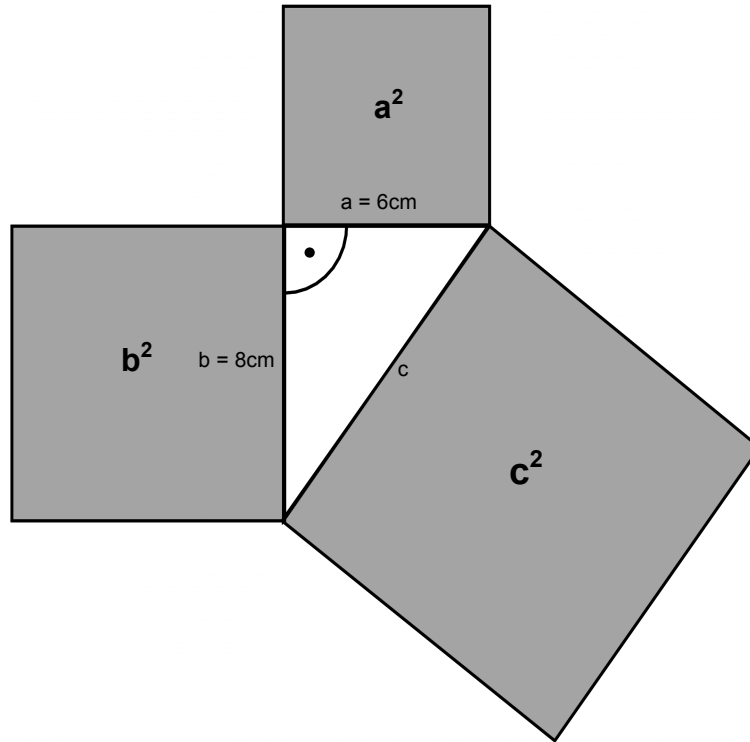
$$\begin{aligned} 1 \quad A_1 &= (a+b)^2 = (a+b)(a+b) \\ &= \underline{a^2 + 2ab + b^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad A_2 &= \text{kleines Quadrat} + 4 \text{ Dreiecke} \\ &= c^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = \underline{c^2 + 2ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad A_1 &= A_2 \\ a^2 + \cancel{2ab} + b^2 &= c^2 + \cancel{2ab} \\ \underline{a^2 + b^2} &= \underline{c^2} \end{aligned}$$

Beispiel:

„Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man die Längen der beiden Katheten a und b. Es sei $a=6\text{cm}$ und $b=8\text{cm}$.
Berechne die Länge der Hypotenuse c.“



Gemäss Satz des Pythagoras gilt:

$$- \quad c^2 = a^2 + b^2$$

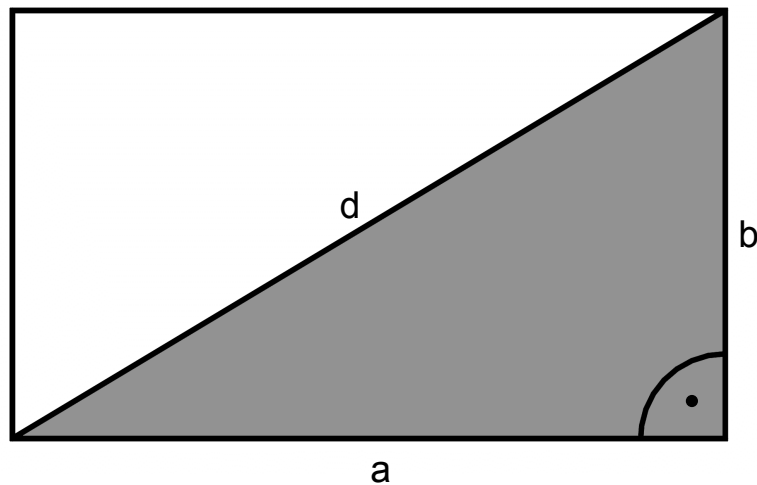
$$\begin{aligned} \rightarrow \quad c^2 &= (6\text{cm})^2 + (8\text{cm})^2 \\ &= 36\text{cm}^2 + 64\text{cm}^2 \\ &= 100\text{cm}^2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \quad c = \sqrt{100\text{cm}^2} = \underline{\underline{10\text{cm}}}$$

Erste Anwendungen

Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras kann zum Beispiel in einem Rechteck aus den Seitenlängen die Diagonale , oder in einem gleichschenkligen Dreieck aus den Seitenlängen die Höhe berechnet werden.

Beispiel 1: „Berechne die Diagonale d eines Rechteckes mit
a = 20cm und b = 15cm.“

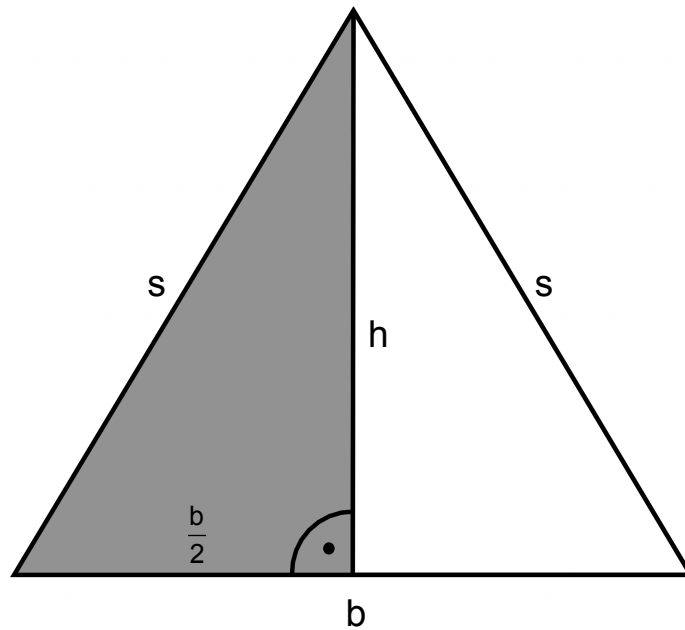


$$\begin{aligned} 1 \quad d^2 &= a^2 + b^2 \\ 2 \quad d &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ &= \sqrt{20^2 + 15^2} \\ &= \sqrt{400 + 225} \\ &= \sqrt{625} \\ &= \underline{\underline{25\text{cm}}} \end{aligned}$$

Achtung : Die Masseinheiten werden unter dem Wurzelzeichen nicht notiert !

Beispiel 2:

„Berechne die Höhe h eines gleichschenkligen Dreiecks mit $s = 10\text{cm}$ und $b = 12\text{cm}$.“



$$1 \quad s^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = h^2 + \frac{b^2}{4}$$

$$2 \quad h^2 = s^2 - \frac{b^2}{4}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad h &= \sqrt{s^2 - \frac{b^2}{4}} \\ &= \sqrt{10^2 - \frac{12^2}{4}} \\ &= \sqrt{100 - \frac{144}{4}} \\ &= \sqrt{100 - 36} \\ &= \sqrt{64} \\ &= \underline{\underline{8\text{cm}}} \end{aligned}$$