

# Die Quadratwurzel

Die Quadratwurzel aus der Zahl  $a$  (man schreibt:  $\sqrt{a}$ ) ist diejenige positive Zahl  $b$ , die mit sich selbst multipliziert wieder  $a$  ergibt.

Es gilt also:

$$\boxed{\sqrt{a} = b \quad \rightarrow \quad b \cdot b = a}$$

Die Zahl unter dem Wurzelzeichen nennt man Radikand.

Beispiele:

$$\sqrt{4} = 2 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3 \quad \rightarrow \quad 3 \cdot 3 = 9$$

$$\sqrt{36} = 6 \quad \rightarrow \quad 6 \cdot 6 = 36$$

$$\sqrt{x^2} = x \quad \rightarrow \quad x \cdot x = x^2$$

$$\sqrt{25s^2} = 5s \quad \rightarrow \quad 5s \cdot 5s = 25s^2$$

$$\sqrt{z^{10}} = z^5 \quad \rightarrow \quad z^5 \cdot z^5 = z^{10}$$

$$\sqrt{49y^{12}} = 7y^6 \quad \rightarrow \quad 7y^6 \cdot 7y^6 = 49y^{12}$$

$$\sqrt{0,16} = 0,4 \quad \rightarrow \quad 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$$

$$\sqrt{0,01k^6} = 0,1k^3 \quad \rightarrow \quad 0,1k^3 \cdot 0,1k^3 = 0,01k^6$$

$$\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{\frac{4a^2}{25}} = \frac{2a}{5} \quad \rightarrow \quad \frac{2a}{5} \cdot \frac{2a}{5} = \frac{4a^2}{25}$$

$$\sqrt{\frac{m^8}{100}} = \frac{m^4}{10} \quad \rightarrow \quad \frac{m^4}{10} \cdot \frac{m^4}{10} = \frac{m^8}{100}$$



## Wurzelterme umformen

$$\begin{aligned} 1 \quad 10'000 &= 10^4 && \rightarrow \sqrt{10000} = \sqrt{10^4} = 10^2 \\ 1'000 &= 10^3 && \rightarrow \sqrt{1000} = \sqrt{10^3} = \sqrt{10 \cdot 10^2} = \sqrt{10} \cdot 10 \\ 100 &= 10^2 && \rightarrow \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10 \\ 10 &= 10^1 && \rightarrow \sqrt{10} = \sqrt{10^1} = \sqrt{10} \\ 1 &= 10^0 && \rightarrow \sqrt{1} = \sqrt{10^0} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad 0,1 &= \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1} && \rightarrow \sqrt{0,1} = \sqrt{10^{-1}} \\ 0,01 &= \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2} && \rightarrow \sqrt{0,01} = \sqrt{10^{-2}} = 10^{-1} = 0,1 \\ 0,001 &= \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3} && \rightarrow \sqrt{0,001} = \sqrt{10^{-3}} = \\ &&& \sqrt{10^{-1} \cdot 10^{-2}} = \\ &&& \sqrt{10^{-1} \cdot 10^{-1}} = \sqrt{10^{-1}} \cdot 0,1 \\ 0,0001 &= \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4} && \rightarrow \sqrt{0,0001} = \sqrt{10^{-4}} = \\ &&& 10^{-2} = 0,01 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} &= \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6 \\ \sqrt{32} \cdot \sqrt{8} &= \sqrt{32 \cdot 8} = \sqrt{256} = 16 \\ \sqrt{9,8} \cdot \sqrt{5} &= \sqrt{9,8 \cdot 5} = \sqrt{49} = 7 \\ \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{3,2} &= \sqrt{0,2 \cdot 3,2} = \sqrt{0,64} = 0,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \quad \sqrt{32} : \sqrt{8} &= \sqrt{32 : 8} = \sqrt{4} = 2 \\ \sqrt{150} : \sqrt{6} &= \sqrt{150 : 6} = \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{0,24} : \sqrt{0,06} &= \sqrt{0,24 : 0,06} = \sqrt{4} = 2 \\ \frac{\sqrt{115,2}}{\sqrt{7,2}} &= \sqrt{\frac{115,2}{7,2}} = \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

## Wurzelreduktion

Häufig können Wurzelterme nicht so umgeformt werden, dass das Wurzelzeichen wegfällt.

Zerlegt man aber den Ausdruck unter dem Wurzelzeichen in ein Produkt, kann von einzelnen Faktoren die Wurzel gezogen werden.

Die Zahl unter dem Wurzelzeichen wird dadurch reduziert (verkleinert).  
Sie sollte letztendlich möglichst klein sein!

Dieses Vorgehen nennt man Wurzelreduktion !

Beispiele:

$$1 \quad \sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = 10 \cdot \sqrt{2}$$

$$2 \quad \sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot \sqrt{3}$$

$$3 \quad \sqrt{x^3} = \sqrt{x^2 \cdot x} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x} = x \cdot \sqrt{x}$$

$$4 \quad \sqrt{108x^3} = \sqrt{36x^2 \cdot 3x} = \sqrt{36x^2} \cdot \sqrt{3x} = 6x \cdot \sqrt{3x}$$

$$5 \quad \sqrt{\frac{4}{7}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$6 \quad \sqrt{\frac{9}{32}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{32}} = \frac{3}{\sqrt{16 \cdot 2}} = \frac{3}{\sqrt{16} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{4 \cdot \sqrt{2}}$$

$$7 \quad \sqrt{\frac{x}{4}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{x}}{2}$$

$$8 \quad \sqrt{\frac{2a^3}{25}} = \frac{\sqrt{2a^3}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{a^2 \cdot 2a}}{5} = \frac{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2a}}{5} = \frac{a \cdot \sqrt{2a}}{5}$$

$$9 \quad \sqrt{\frac{18x^5}{75y}} = \frac{\sqrt{18x^5}}{\sqrt{75y}} = \frac{\sqrt{9x^4 \cdot 2x}}{\sqrt{25 \cdot 3y}} = \frac{\sqrt{9x^4} \cdot \sqrt{2x}}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{3y}} = \frac{3x^2 \cdot \sqrt{2x}}{5 \cdot \sqrt{3y}}$$